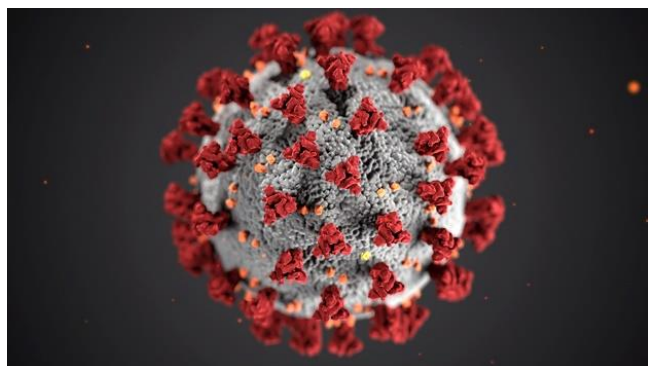


על קורונה, פנלים סולריים, ומודלים מתמטיים

פרופ' גדי פיביך

מתמטיקה שימושית
אוניברסיטת תל אביב



?

=



קצת עלי

- חבר סגל בחוג למתמטיקה שימושית באוניברסיטת תל אביב
- ראש בית הספר למדעי המתמטיקה מאז 2017
- תואר II+I מהטכניון, תואר III מכון קורנט (NYU) – כולם במתמטיקה שימושית
- תחום התמחות: בנייה וניתוח של מודלים מתמטיים
- זרימות דם בלב, אופטיקה לא לינארית, תורת המכרזים, תמחור אופטימלי של מוצרים, **התפשטות מוצרים ברשתות חברתיות**, ...
- **"המציג אינו רופא או אפידמיולוג"**

מבנה ההרצאה

- מודל SIR למגיפות
- מודל Bass עבור מוצרים חדשים
- מודל Bass-SIR עבור פנלים סולריים + קורונה
- מודל Bass-SIR על רשת
- הקורונה בישראל לאן?

מודל SIR - סקירה

פותח על ידי **Kermack & McKendrick** (1927) עבור מחלות שמתפשטות כתוצאה מהדבקה ישירה בין אנשים

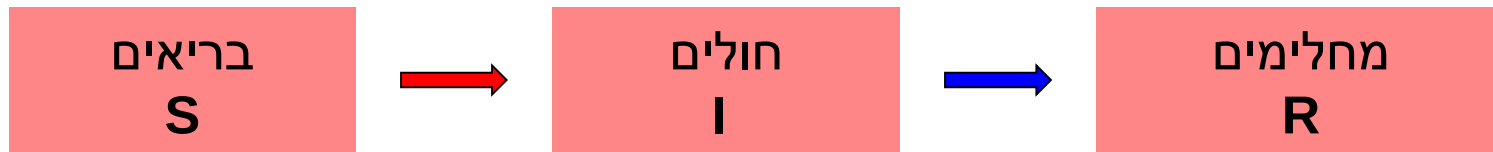
הם חילקו את כלל האוכלוסייה ל-3 קבוצות (compartments):

1. **בריאים** (עלולים לחלות) **S**usceptible

2. **חולים** (מדבקים) **I**nfectious

3. **מחלימים** (לא מדבקים) **R**ecovered

▪ **הנחה:** חולה שהחלים לא יכול להידבק שוב (חצבת, אדמת, קורונה?)



מודל SIR - מספר נדבקים יומי



הנחות:

סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



הנחות:

סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



הנחות:

סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

מספר הבריאים * מספר החולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

מודל SIR – מספר מחלימים יומי



הנחה:

$$\text{מספר חולים} * \text{קצב החלמה יומי} = \text{מספר מחלימים יומי}$$

כאשר

$$\text{קצב החלמה יומי} \approx \frac{1}{\text{זמן ההחלמה הממוצע}}$$

מודל SIR - סיכום



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי (SIR)

מודל SIR - סיכום



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי (SIR)

- מערכת של משוואות דיפרנציאליות:

$$S'(t) = -\beta SI$$

$$R'(t) = \gamma I$$

- גירסה מתמטית של ההרצאה ניתנת לצפייה [כאן](#)

מודל SIR - סיכום



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי (SIR)

מודל SIR - סיכום



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי (SIR)

- במודל SIR יש שני פרמטרים:
 1. קצב הדבקה יומי
 2. קצב החלמה יומי
- פרמטרים אלו תלויים בסוג המחלה, מזג אויר, צפיפות האוכלוסיה, הגיל הממוצע של האוכלוסייה, ...

מקדם ההתפשטות (Reproductive number)

- הדינמיקה של המגפה תלויה רק ב**יחס** שבין שני הפרמטרים

$$R_0 = \frac{\text{קצב הדבקה יומי}}{\text{קצב החלמה יומי}}$$

- אם $R_0 < 1$, המגפה מיד תדעך
- אם $R_0 > 1$, המגפה בהתחלה תתפשט
- המקרה "המעניין"

דינמיקה אופיינית של SIR

מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

(SIR) מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי

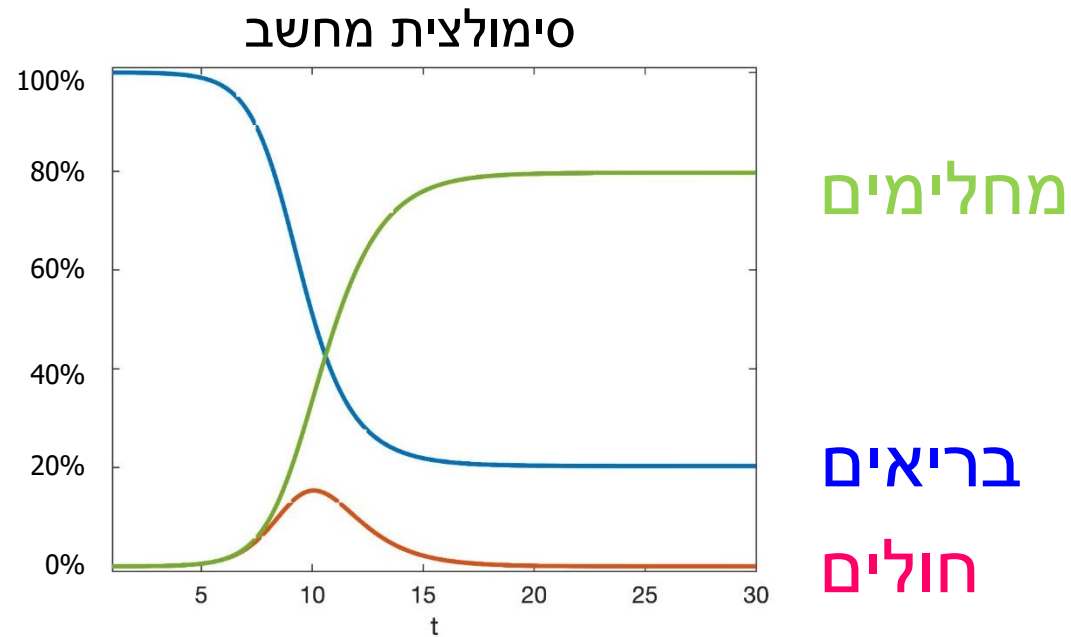
דינמיקה אופיינית של SIR

סימולצית מחשב

מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

(SIR) מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי

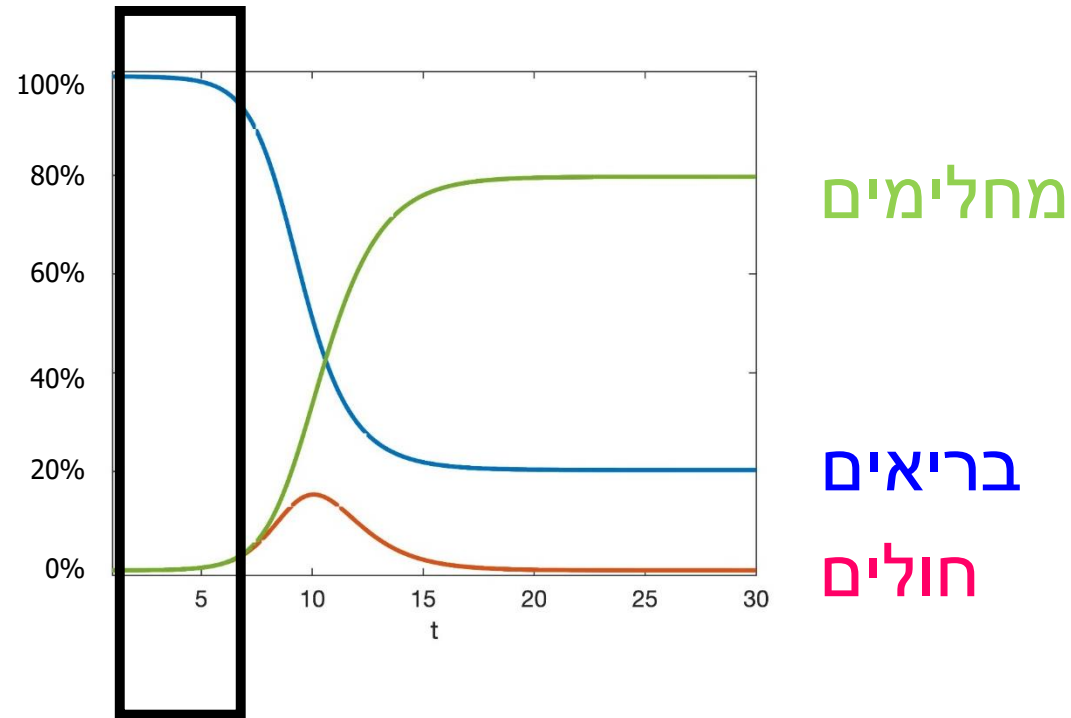
דינמיקה אופיינית של SIR



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

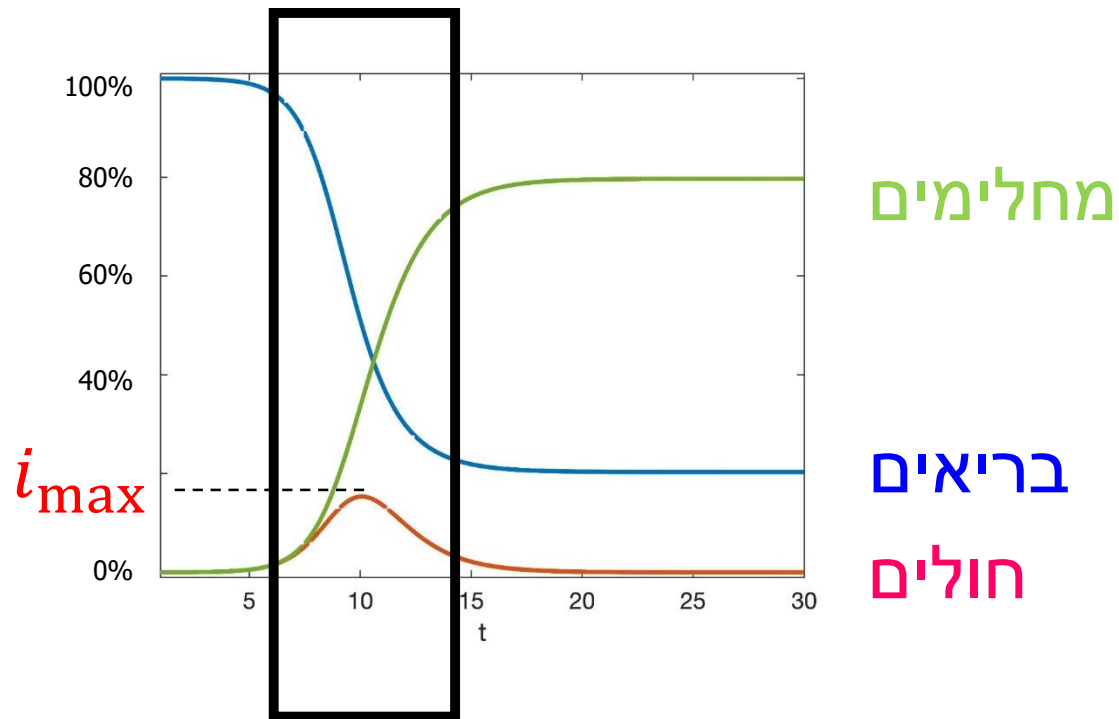
(SIR) מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי

SIR – שלב התחלתי



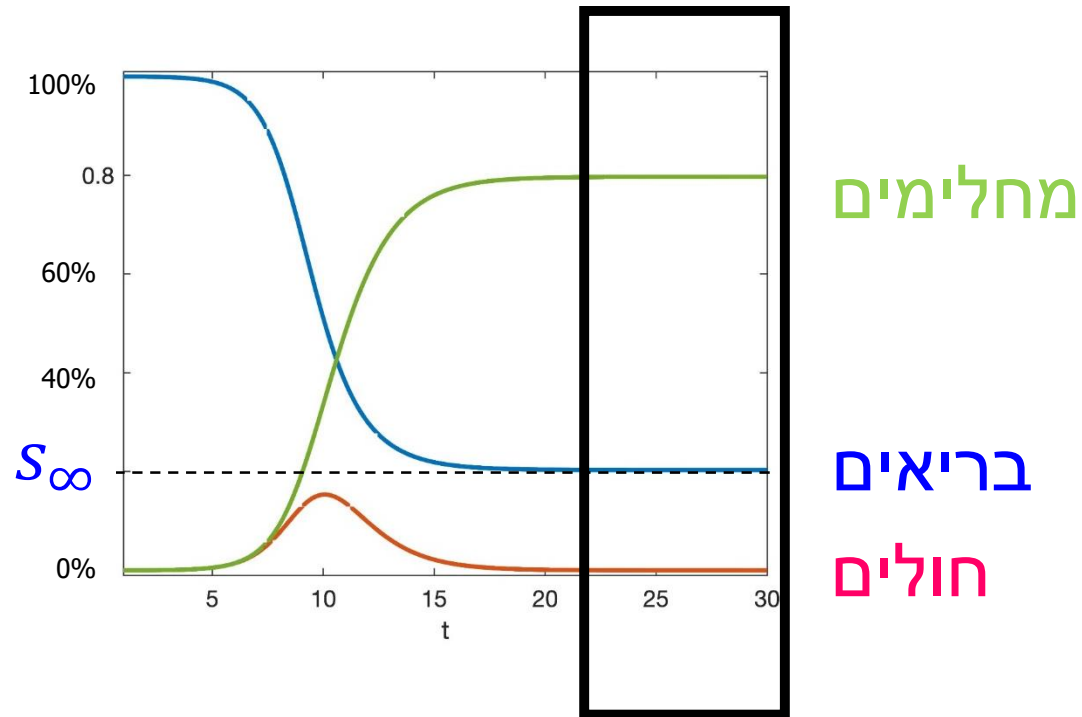
- כמעט כל האוכלוסייה בריאה
- מגיפה מתחילה מ"חולה אפס" (patient zero)
- כל חולה מדביק $R_0 - 1$ חולים נוספים
- גידול אקספוננציאלי במספר החולים

SIR - שלב אמצעי



- אחוז הבריאים ממשיך לרדת
- אחוז החולים עולה עד לערך מקסימלי i_{max} ואז מתחיל לרדת
- אחוז המחלימים ממשיך לעלות

SIR – שלב סופי

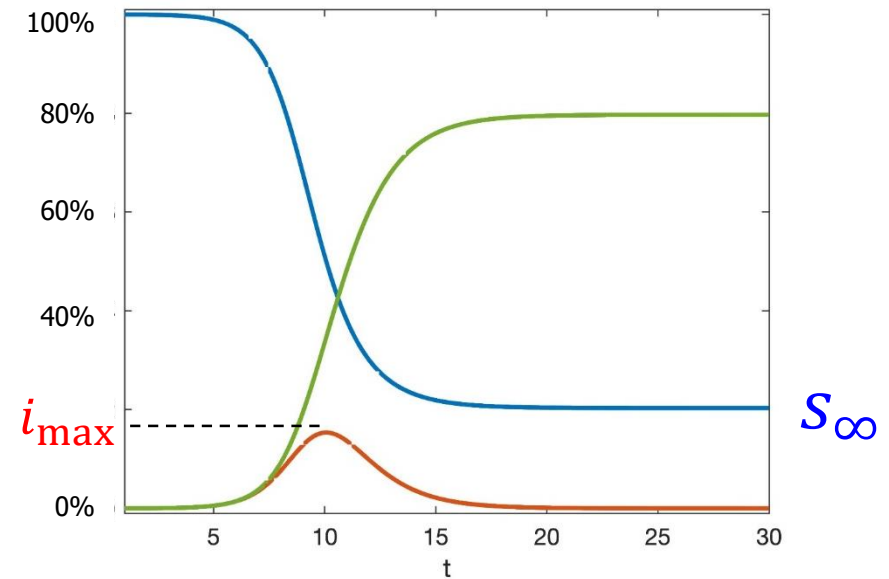


- אין יותר חולים
- אחוז הבריאים מתייצב על גודל חיובי S_∞
- מגיפה נעצרת לא כי אין בריאים, אלא כי לא נותרו חולים

התחזית המרכזית של מודל SIR - חסינות עדר

- כאשר החלק של הבריאים באוכלוסייה יורד מתחת ל- $1/R_0$, המגיפה מתחילה לדעוך
 - למשל, אם $R_0 = 4$, המגיפה תתחיל לדעוך כאשר 25% מהאוכלוסייה יישארו בריאים
- בשלב זה, כל חולה חדש ידביק בממוצע פחות מחולה אחד, כי "רוב" האנשים שהוא בא איתם במגע כבר החלימו
- המגיפה תדעך לא בגלל שכמעט כולם כבר חלו, אלא בגלל שהחולים החדשים מוקפים בהרבה מחלימים, ולכן "יתקשו" להדביק חולים נוספים

תחזיות כמותיות של מודל SIR



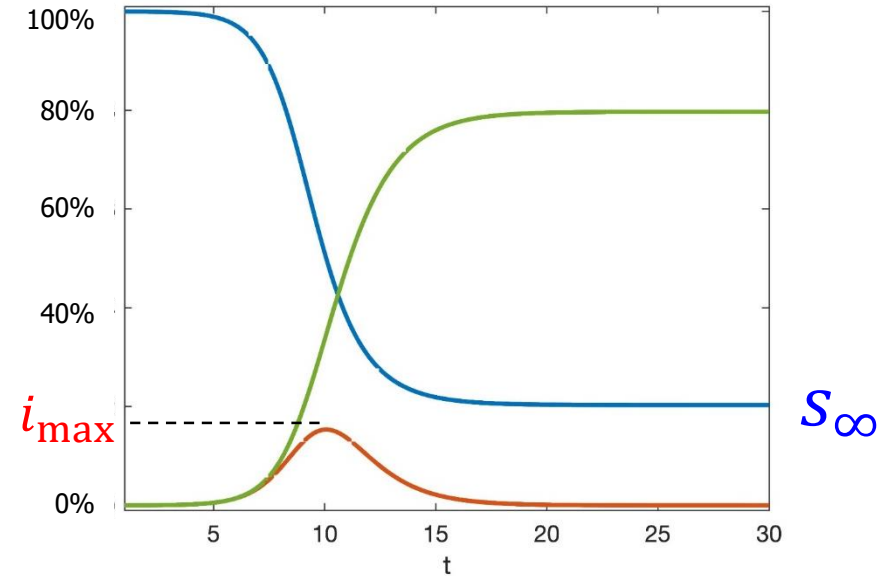
מספר החולים המקסימלי: $i_{\max} \approx 1 - \frac{1 + \ln(R_0)}{R_0}$

חלק האוכלוסייה שלא יידבק: $s_\infty = 1 + \frac{1}{R_0} \ln(s_\infty)$

תחזיות כמותיות של מודל SIR

הערכות עבור קורונה: $2 \leq R_0 \leq 4$

R_0	2	4
s_∞	20%	2%
$i_{\max}$	15%	40%



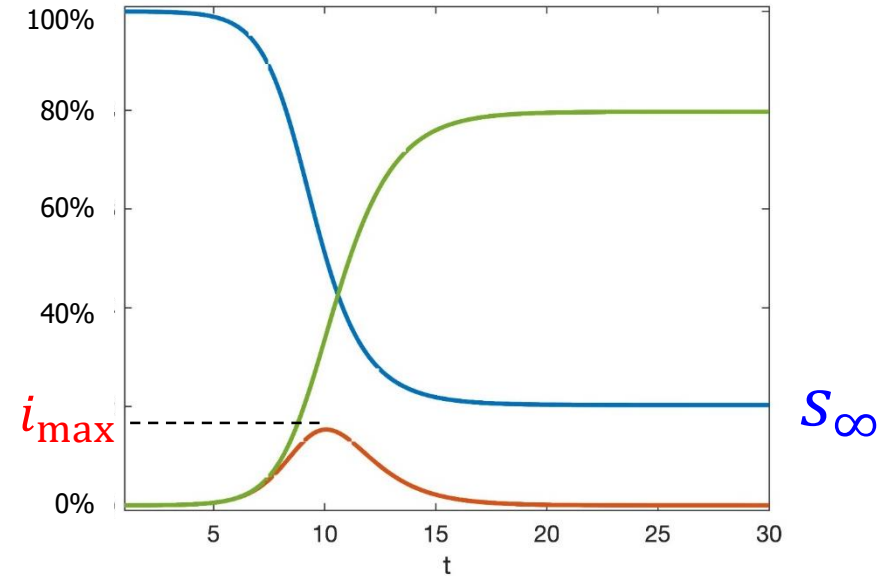
מספר החולים המקסימלי: $i_{\max} \approx 1 - \frac{1 + \ln(R_0)}{R_0}$

חלק האוכלוסייה שלא יידבק: $s_\infty = 1 + \frac{1}{R_0} \ln(s_\infty)$

תחזיות כמותיות של מודל SIR

הערכות עבור קורונה: $2 \leq R_0 \leq 4$

R_0	2	4
s_∞	20%	2%
$i_{\max}$	15%	40%



סה"כ יחלו בישראל:

$$80\% * 9,000,000 = 7,200,000$$

בהנחה שבתי החולים לא יקרסו,
ושמתוכם ימותו 0.1% : 7,200 מתים

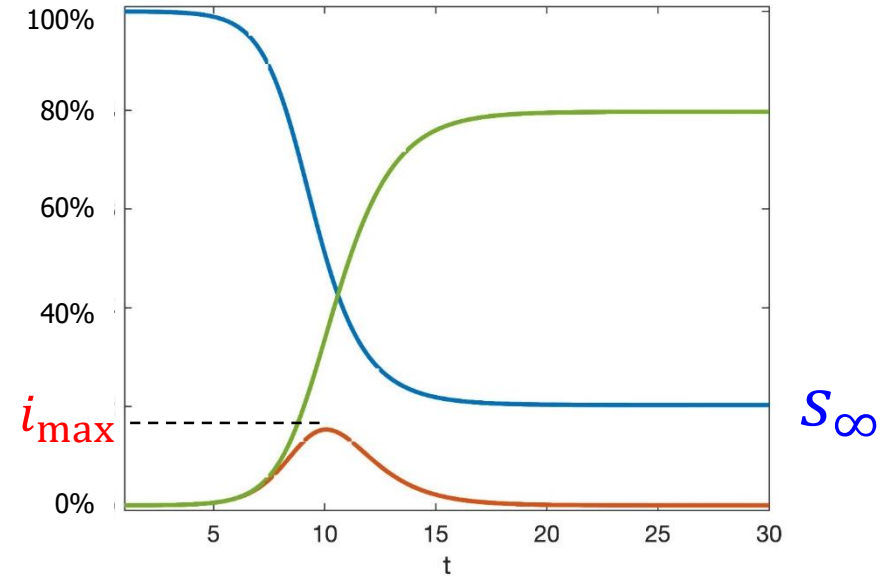
$$i_{\max} \approx 1 - \frac{1 + \ln(R_0)}{R_0} \text{ מספר החולים המקסימלי:}$$

$$s_\infty = 1 + \frac{1}{R_0} \ln(s_\infty) \text{ חלק האוכלוסייה שלא יידבק:}$$

תחזיות כמותיות של מודל SIR

הערכות עבור קורונה: $2 \leq R_0 \leq 4$

R_0	2	4
s_∞	20%	2%
$i_{\max}$	15%	40%



מספר חולים מקסימלי בישראל ברגע השיא של המגפה:

$$15\% * 9,000,000 = 1,350,000$$

נניח שמתוכם 1% זקוקים להנשמה:
13,500

הבסיס לתחזיות יום הדין של משרד הבריאות

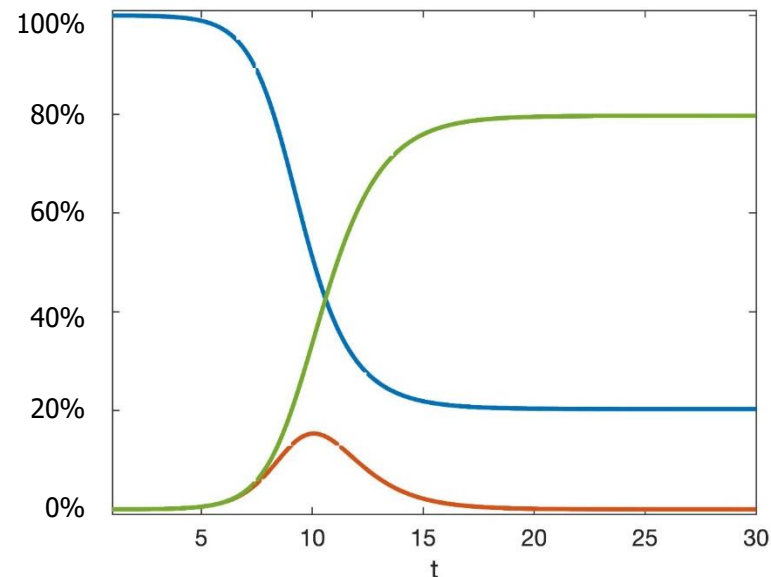
$$i_{\max} \approx 1 - \frac{1 + \ln(R_0)}{R_0}$$

מספר החולים המקסימלי:

$$s_\infty = 1 + \frac{1}{R_0} \ln(s_\infty)$$

חלק האוכלוסייה שלא יידבק:

באיזה שלב הקורונה בישראל?

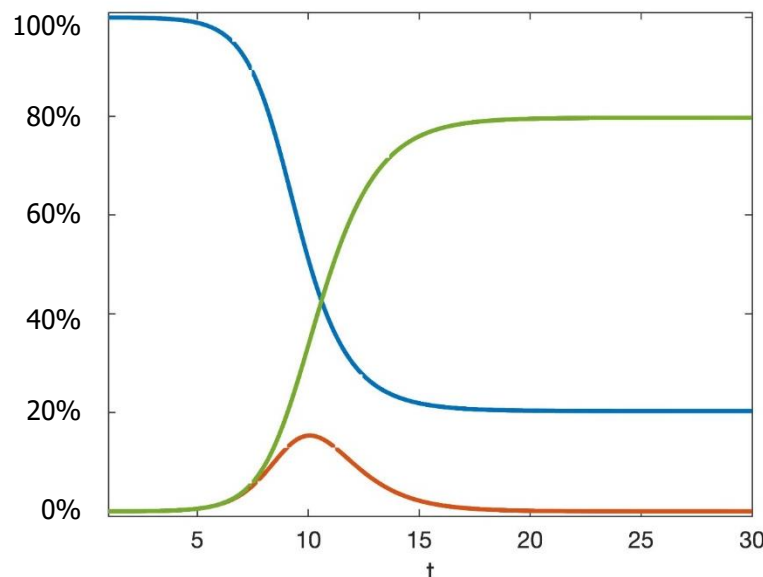


מחלימים

בריאים

חולים

באיזה שלב הקורונה בישראל?



מחלימים

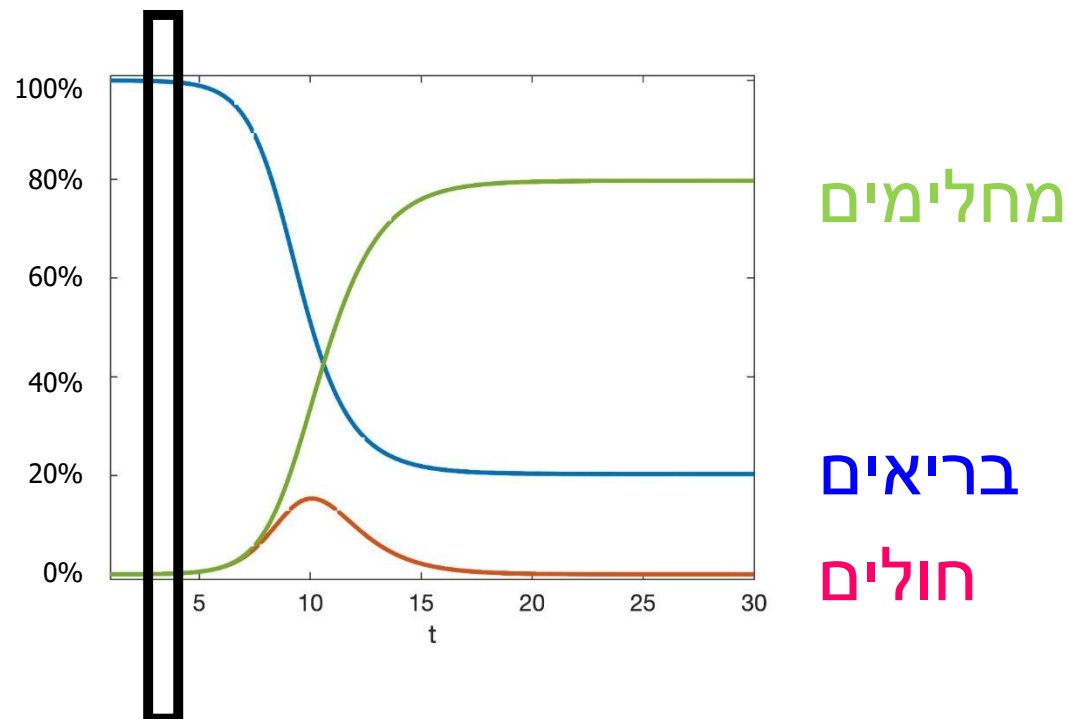
בריאים

חולים

- מספר מקרים (חולים+מחלימים) בישראל (29.5.2020) הוא 17,000
- נניח שמספר המקרים האמיתי גדול פי 10
- עדיין, יחסית לגודל האוכלוסייה (9 מיליון),

$$\text{אחוז הבריאים} = 1 - \frac{170,000}{9,000,000} = 98\%$$

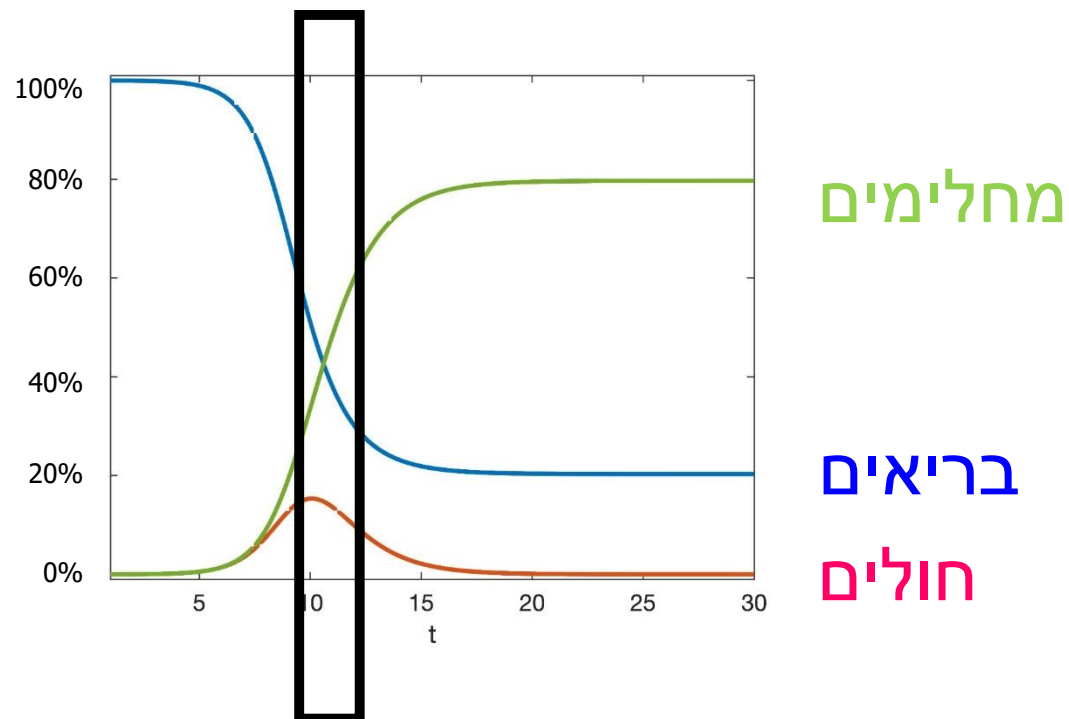
באיזה שלב הקורונה בישראל?



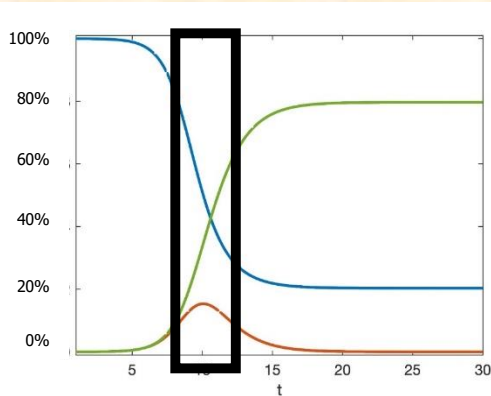
- מספר מקרים (חולים+מחלימים) מדווחים בישראל (29.5.2020) הוא 17,000
- נניח שמספר המקרים האמיתי גדול פי 10
- עדיין, יחסית לגודל האוכלוסייה (9 מיליון),

$$\text{אחוז הבריאים} = 1 - \frac{170,000}{9,000,000} = 98\%$$

מה צריך לעשות כדי שלא נגיע לכאן?



מה צריך לעשות כדי שלא נגיע לכאן?



■ חייבים להוריד את R_0 מתחת ל-1

$$R_0 = \frac{\text{קצב הדבקה יומי}}{\text{קצב החלמה יומי}}$$

■ כרגע, אין דרך להאיץ את קצב ההחלמה

■ צריך להוריד את קצב ההדבקה היומי

■ קצב הדבקה יומי = מספר מגעים יומיים * סיכוי להדבקה במגע

■ סגר מוריד את מספר המגעים היומיים (פי 5 לפי משרד הבריאות)

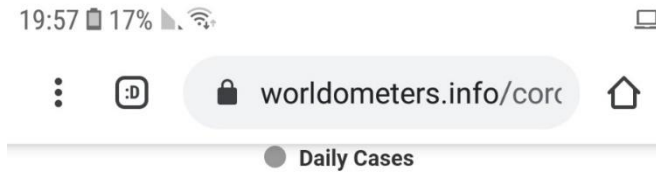
■ לכן, אפילו אם $R_0=4$, הסגר הוריד את R_0 מתחת ל-1

■ בידוד של חולים/אלה שנחשפו לחולים, מוריד עוד יותר את R_0

■ אלקוגל/מסכות מורידים את סיכוי ההדבקה במגע – ולכן את R_0

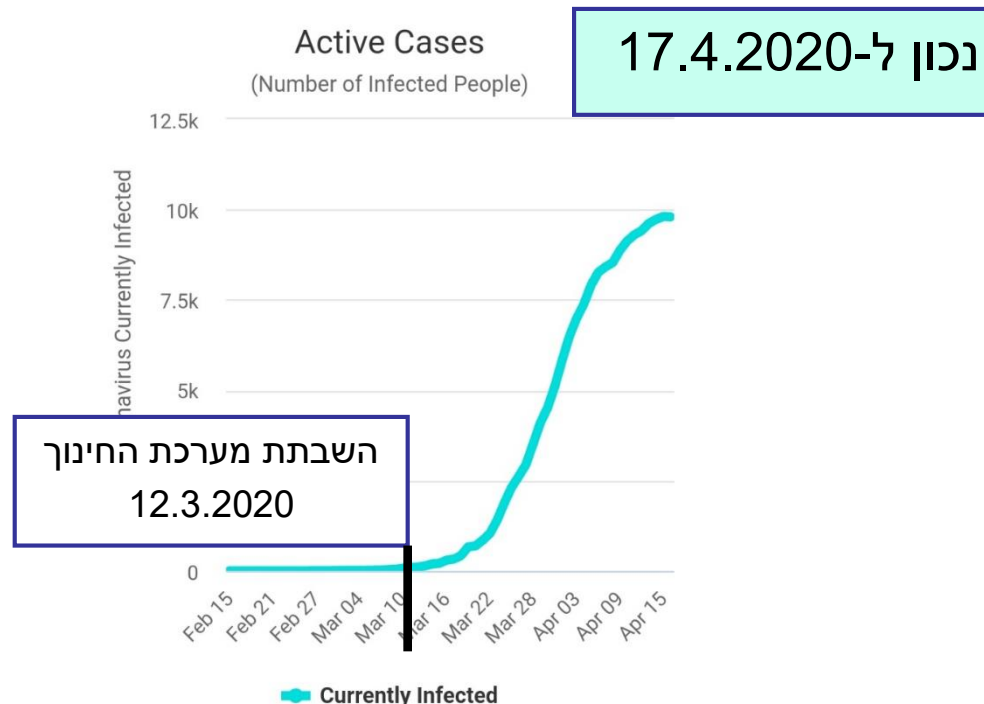
■ לכן, מספר החולים בישראל היה אמור להתחיל לדעוך כשבועיים אחרי הפעלת הסגר

אחרי חודש - הסגר לא עבד בישראל



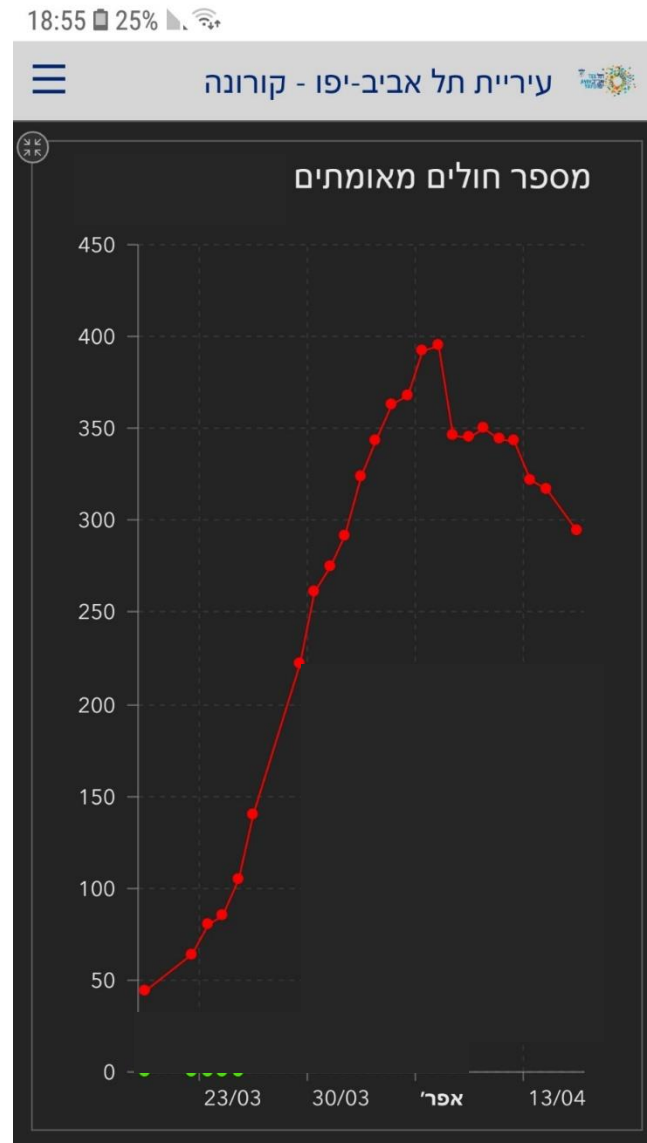
- אחרי חודש מהפעלת הסגר, עדיין הייתה עלייה במספר החולים

Active Cases in Israel



אחרי חודש - הסגר כן עבד בתל אביב

נכון ל-17.4.2020



- אחרי חודש מהפעלת הסגר, הייתה **ירידה** במספר החולים

מה קרה בערים אחרות?

■ קושי בהשגת נתונים

מה קרה בערים אחרות?

מעריב on-line

מערב < קורונה < קורונה בישראל

9.4.2020 נתוני

כ-600,000 חולים בלבד

בוק



07:15 93%

בארץ כ

10.4.2020



צילום: דוברות עיריית אילת

קושי בהשגת נתונים

דיווח שוטף

משרד הבריאות: 10,408 חולי
קורונה בישראל, 124
מונשמים, 1,183 החלימו

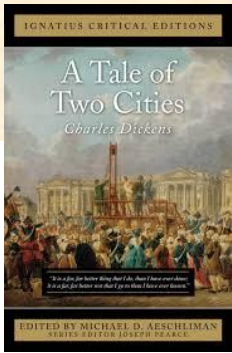
8,794 חולים במצב קל, 167 קשה; מכון ויצמן
יחל בביצוע 1,000 בדיקות קורונה ביום; גם
אוניברסיטת תל אביב תתחיל ככל הנראה
בשבוע הבא לערוך בדיקות קורונה; מנתוני
המל"ל עולה כי אתמול התקבלו 4,412

מעריב on-line

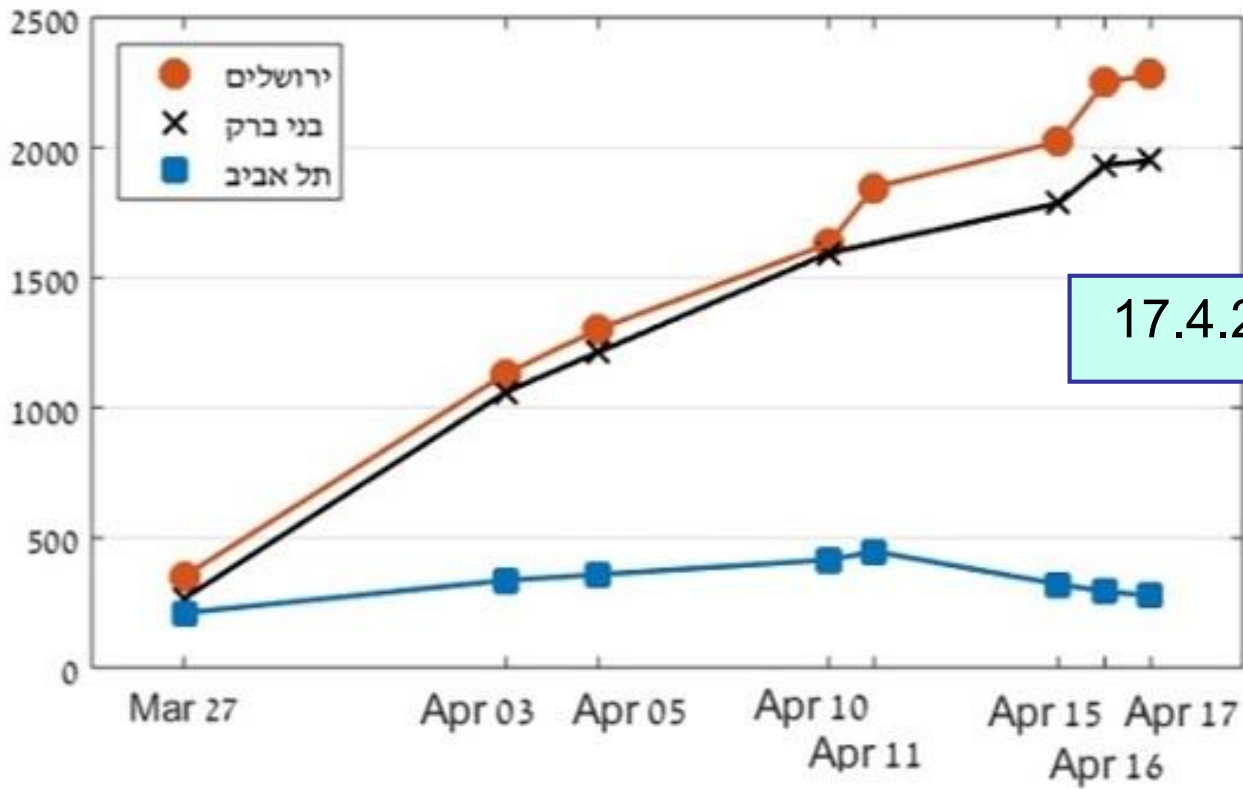
יישוב	אובססיה נכון ל-2018	מספר חולים
ירושלים	914,559	1,630
בני ברק	195,298	1,594
תל אביב - יפו	450,192	415
אשקלון	139,032	216
אלעד	46,760	215
פתח תקווה	242,478	190
ראשון לציון	241,010	180
מודיעין עילית	73,808	174
בית שמש	120,812	169
אשדוד	225,073	160
נתניה	213,971	149
חולון	185,741	128
באר שבע	196,755	127
רמת גן	143,370	126
טבריה	44,353	119
חיפה	272,584	118

חולים 1000 אלף	חולים מאומתים	אובססיה	ישוב
1202.78	2,349	195,298	בני ברק
796.14	99	12,435	דייר אל- אסד
686.48	321	46,760	אלעד

A Tale of Three Cities

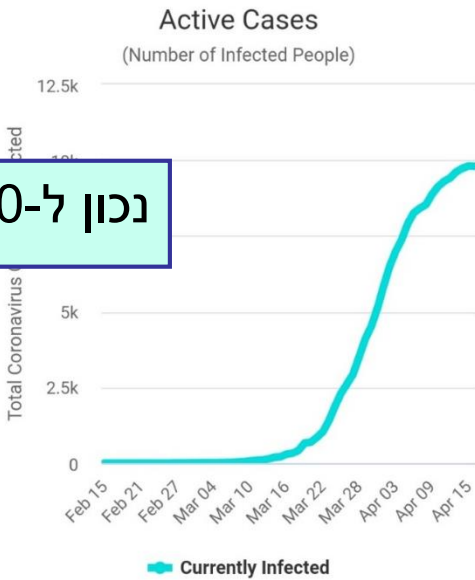


מספר חולים פעילים



נכון ל-17.4.2020

Active Cases in Israel



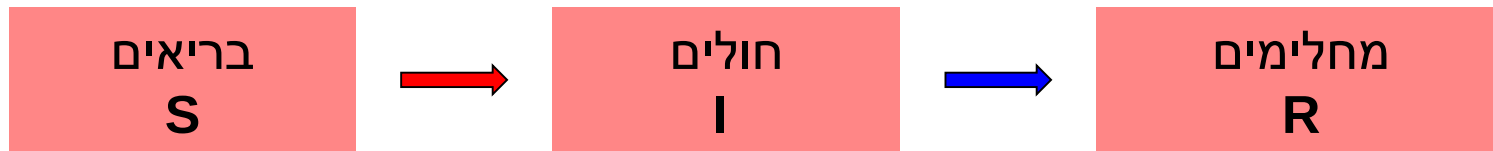
■ זו תמצית הסיפור של הקורונה בישראל

עצור – מודל מאחוריה!



- עד כה, ניתחנו את הקורונה בהתבסס על מודל SIR
- באיזשהו שלב, "שכחנו" ש-SIR הוא רק מודל והתייחסנו אליו כתיאור של המציאות
- האם בכלל נכון לנתח את הקורונה באמצעות מודל SIR?

מודל SIR



מספר בריאים * מספר חולים * קצב הדבקה יומי = מספר נדבקים יומי

(SIR) מספר חולים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי

- האם החלוקה ל-3 קבוצות אוכלוסייה היא נכונה?
- האם הנוסחאות עבור מספר יומי של נדבקים ושל מחלימים הן נכונות?

מודל SEIQRJ (Gummel et al., 2004) עבור סארס

- **S**usceptible (עלולים לחלות) **בריאים**
- **E**xposed – חולים שעדיין לא מדבקים **חולים** (מדבקים) **Infected**
- **Q**uarantined – בסגר **מחלימים** (לא מדבקים) **Recovered**
- **J**isolated – בבידוד

2224 A. B. Gumel and others *Modelling strategies for SARS control*

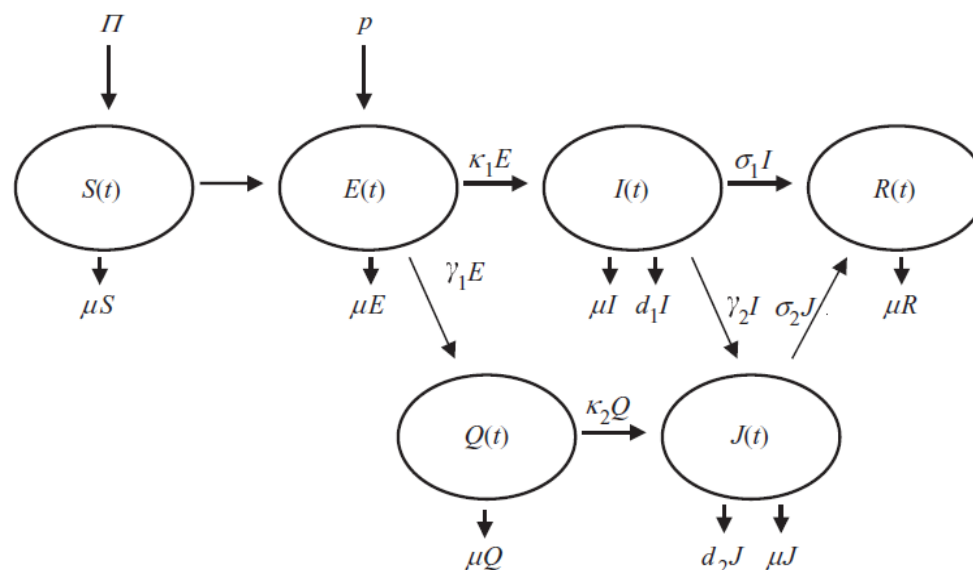


Figure 1. Schematic flow diagram for the SARS model (2.1)–(2.6). The model consists of six sub populations: susceptible ($S(t)$), asymptomatic ($E(t)$), quarantined ($Q(t)$), symptomatic ($I(t)$), isolated ($J(t)$) and recovered ($R(t)$) individuals in a population of $N(t) = S(t) + E(t) + Q(t) + I(t) + J(t) + R(t)$ individuals.

עשרות מודלים של קבוצות אוכלוסיה Compartmental models

- Exposed – נדבקו אבל עדיין לא מדבקים
- Isolated – בבידוד
- Quarantined - בסגר
- תתי קבוצות לפי גיל
- תתי קבוצות לפי מצב סוציאקונומי
- מחוסנים/לא מחוסנים
- ...

מהו המודל הנכון עבור קורונה?

מהו המודל הנכון עבור קורונה?

▪ שאלה לא נכונה

מהו המודל הנכון עבור קורונה?

- שאלה לא נכונה
- ג'ורג' בוקס (1978): "כל המודלים הם לא נכונים, אבל חלקם הם שימושיים"

מהו המודל הנכון עבור קורונה?

- שאלה לא נכונה
- ג'ורג' בוקס (1978): "כל המודלים הם לא נכונים, אבל חלקם הם שימושיים"
- כל מודל הוא קירוב של המציאות, ולכן בהגדרה "לא נכון"

מהו המודל הנכון עבור קורונה?

- שאלה לא נכונה
- ג'ורג' בוקס (1978): "כל המודלים הם לא נכונים, אבל חלקם הם שימושיים"
- כל מודל הוא קירוב של המציאות, ולכן בהגדרה "לא נכון"
- מודל הוא "שימושי" כאשר הוא מלמד אותנו משהו "חשוב" שלא ידענו קודם
- למשל – מודל SIR הראה שכאשר אחוז האנשים שנחשפו למחלה עולה מעבר לסף מסוים, המגפה תפסיק להתפשט ("חסינות עדר").
- לכן, מודל SIR הוא "שימושי"
- אפילו שהוא מנבא ערך סף "לא נכון"

איזה מודל שימושי עבור קורונה?

- עדיין שאלה לא מוגדרת היטב

- "שימושיות" המודל תלויה ב:

1. מטרת המודל - שאלה שעליה המודל נועד לענות:

- סגר – חלקי או מלא, אסטרטגית יציאה, מדיניות בדיקות אופטימלית

2. רמת הדיוק הנדרשת

- ככל שמודל מזניח פחות דברים, הוא יותר מדויק

3. מידת הפשטות של המודל

- ככל שמודל מזניח יותר דברים, הוא קל יותר לניתוח, לתכנות, ... , ולכן ניתן לקבל תשובות מהר יותר

דרישות 2. ו-3. הן מנוגדות

איזה מודל שימושי עבור קורונה?

- עדיין שאלה לא מוגדרת היטב
 - "שימושיות" המודל תלויה ב:
1. מטרת המודל - שאלה שעליה המודל נועד לענות:
 - סגר – חלקי או מלא, אסטרטגית יציאה, מדיניות בדיקות אופטימלית
 2. רמת הדיוק הנדרשת
 - ככל שמודל מזניח פחות דברים, הוא יותר מדויק
 3. מידת הפשטות של המודל
 - ככל שמודל מזניח יותר דברים, הוא קל יותר לניתוח, לתכנות, ... , ולכן ניתן לקבל תשובות מהר יותר
- דרישות 2. ו-3. הן מנוגדות

איזה רופא "שימושי" עבור סרטן?

- שאלה לא מוגדרת היטב
- "שימושיות" הרופא תלויה ב:

1. מטרת הפנייה לרופא:

- בחירת סוג טיפול כימותרפי, ניתוח להוצאת גידול, פתולוגיה של הגידול

2. רמת המומחיות הנדרשת

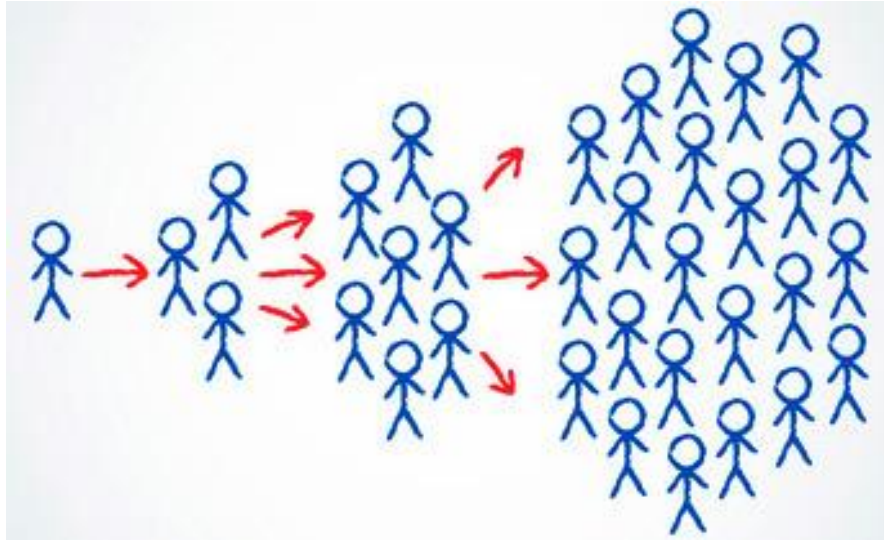
3. מידת הנגישות של הרופא

דרישות 2. ו-3. הן מנוגדות

איזה מודל שימושי עבור קורונה?

- נחזור לשאלה זו בהמשך

שיווק ויראלי



האם מוצרים מתפשטים
כמו וירוסים?

מה גורם לאנשים לקנות/לאמץ מוצר חדש?

▪ מודל בס (1969):

לקוחות
פוטנציאליים



קונים

סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מה גורם לאנשים לקנות/לאמץ מוצר חדש?

▪ מודל בס (1969):

לקוחות
פוטנציאליים



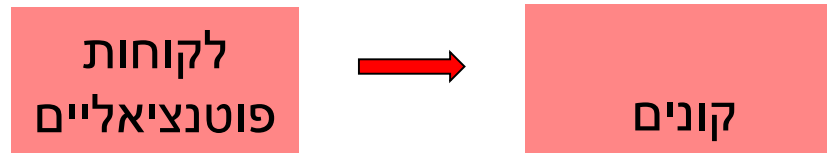
קונים

סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

סיכוי יומי לאמץ = ?

מה גורם לאנשים לקנות/לאמץ מוצר חדש?

▪ מודל בס (1969):



סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

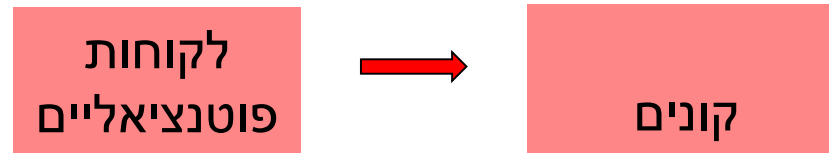
▪ צרכנים מאמצים מוצר חדש כתוצאה מ-

1. השפעות חיצוניות (פרסומות, כתבות בטלוויזיה, ...)
2. השפעות פנימיות על ידי אנשים שכבר אמצו את המוצר ("מפה לאוזן")

? = סיכוי יומי לאמץ

מה גורם לאנשים לקנות/לאמץ מוצר חדש?

▪ מודל בס (1969):



סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

▪ צרכנים מאמצים מוצר חדש כתוצאה מ-

1. השפעות חיצוניות (פרסומות, כתבות בטלוויזיה, ...)
2. השפעות פנימיות על ידי אנשים שכבר אמצו את המוצר ("מפה לאוזן")

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

מה גורם לאנשים לקנות/לאמץ מוצר חדש?

▪ מודל בס (1969):

לקוחות
פוטנציאליים



קונים

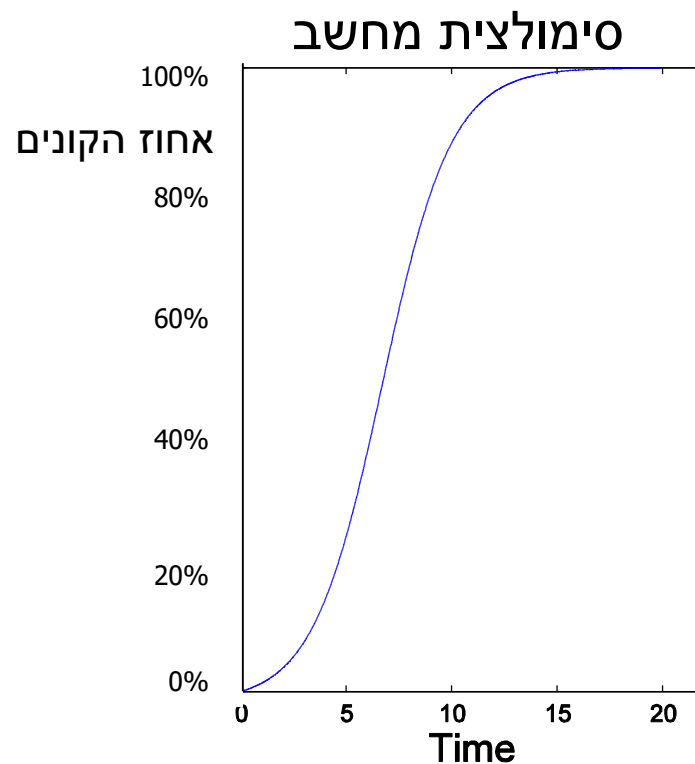
(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

סימולצית מחשב

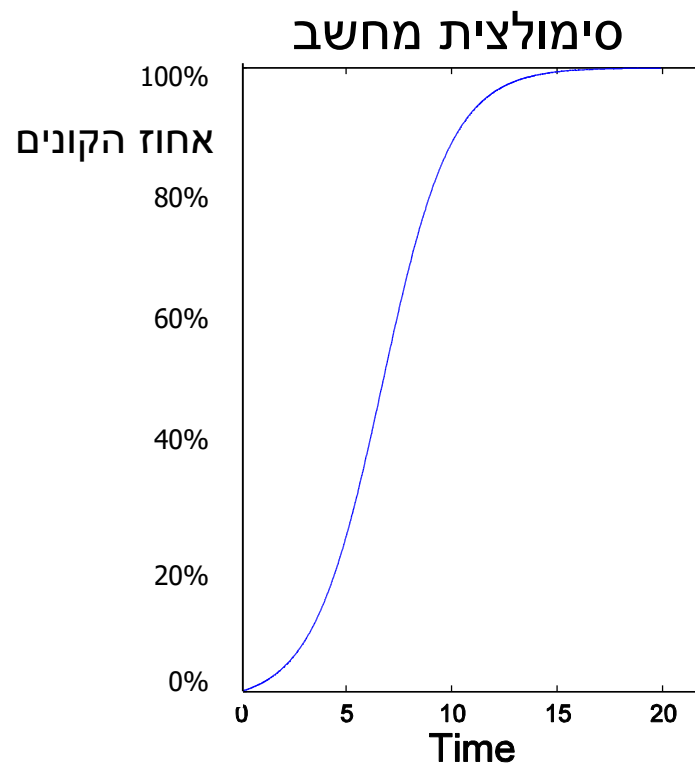
(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ



(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

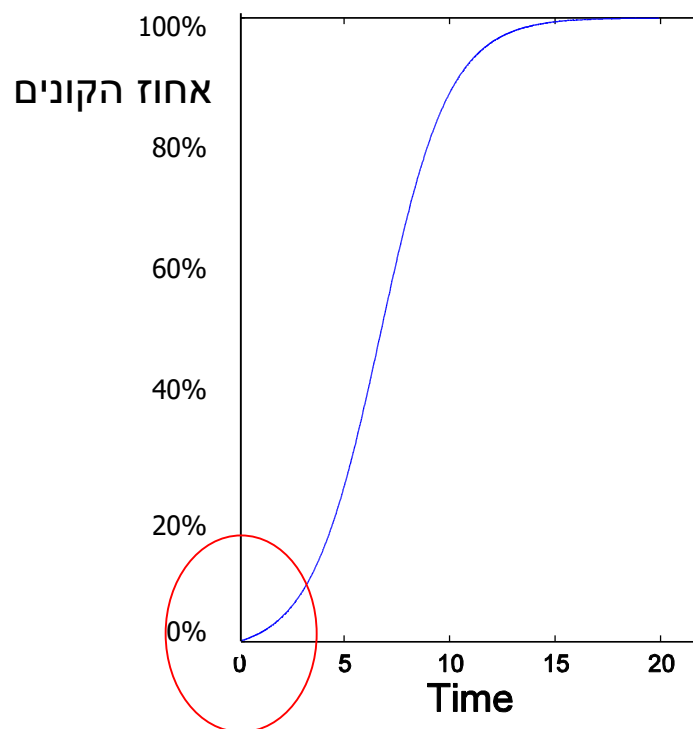
מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ



■ עקום בצורת S

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

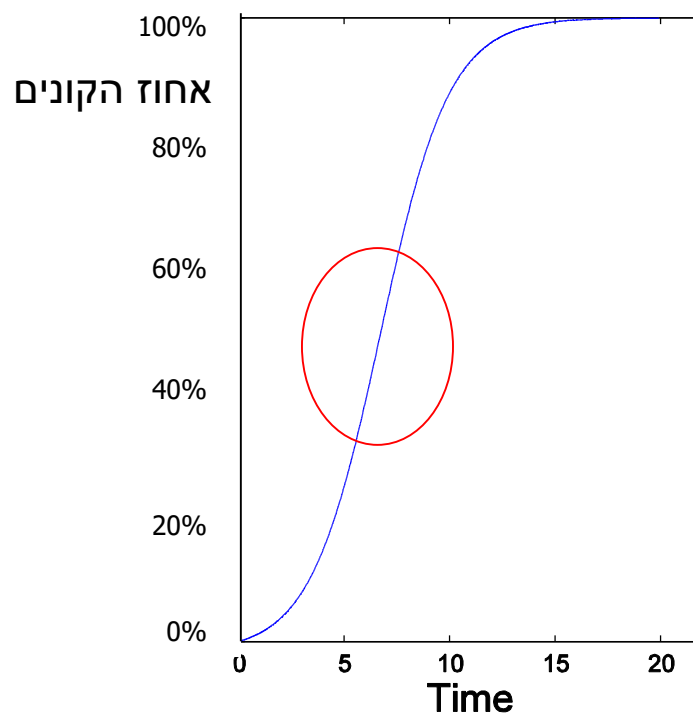
מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ



- עקום בצורת S
- שלב התחלתי: רק אימוצים חיצוניים

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

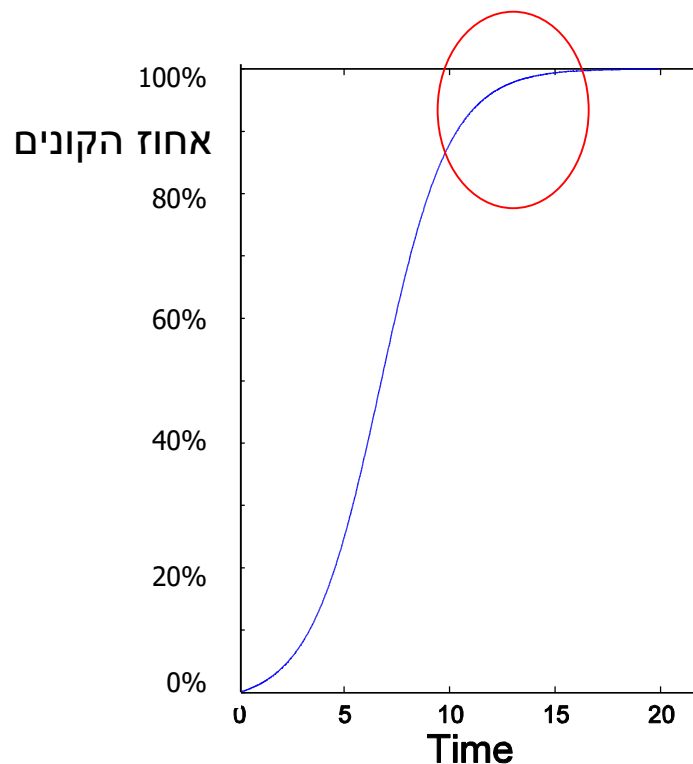
מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ



- עקום בצורת S
- שלב התחלתי: רק אימוצים חיצוניים
- בהמשך: רוב האימוצים הם פנימיים ("מפה לאוזן")

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ



- עקום בצורת S
- שלב התחלתי: רק אימוצים חיצוניים
- בהמשך: רוב האימוצים הם פנימיים ("מפה לאוזן")
- בסוף, מגיעים לרוויה

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

השוואה: בס מול SIR

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

(SIR) סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

השוואה: בס מול SIR

(Bass) סיכוי יומי לאמץ * מספר לקוחות פוטנציאליים = מספר מאמצים יומי

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

▪ **דימיון ל-SIR:** לקוחות פוטנציאליים = בריאים, לאמץ מוצר = לחלות

(SIR) סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

השוואה: בס מול SIR

(Bass)

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

- דימיון ל-SIR: לקוחות פוטנציאליים = בריאים, לאמץ מוצר = לחלות
- הבדל מ-SIR: יש גם "הדבקות" חיצוניות (לא מפה לאוזן)

(SIR)

סיכוי יומי להידבק * מספר הבראים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

השוואה: בס מול SIR

(Bass)

מספר הקונים * קצב השפעה מפה לאוזן + השפעות חיצוניות = סיכוי יומי לאמץ

- דימיון ל-SIR: לקוחות פוטנציאליים = בריאים, לאמץ מוצר = לחלות
- הבדל מ-SIR: יש גם "הדבקות" חיצוניות (לא מפה לאוזן)
- הבדל שני מ-SIR: אין מחלימים

(SIR)

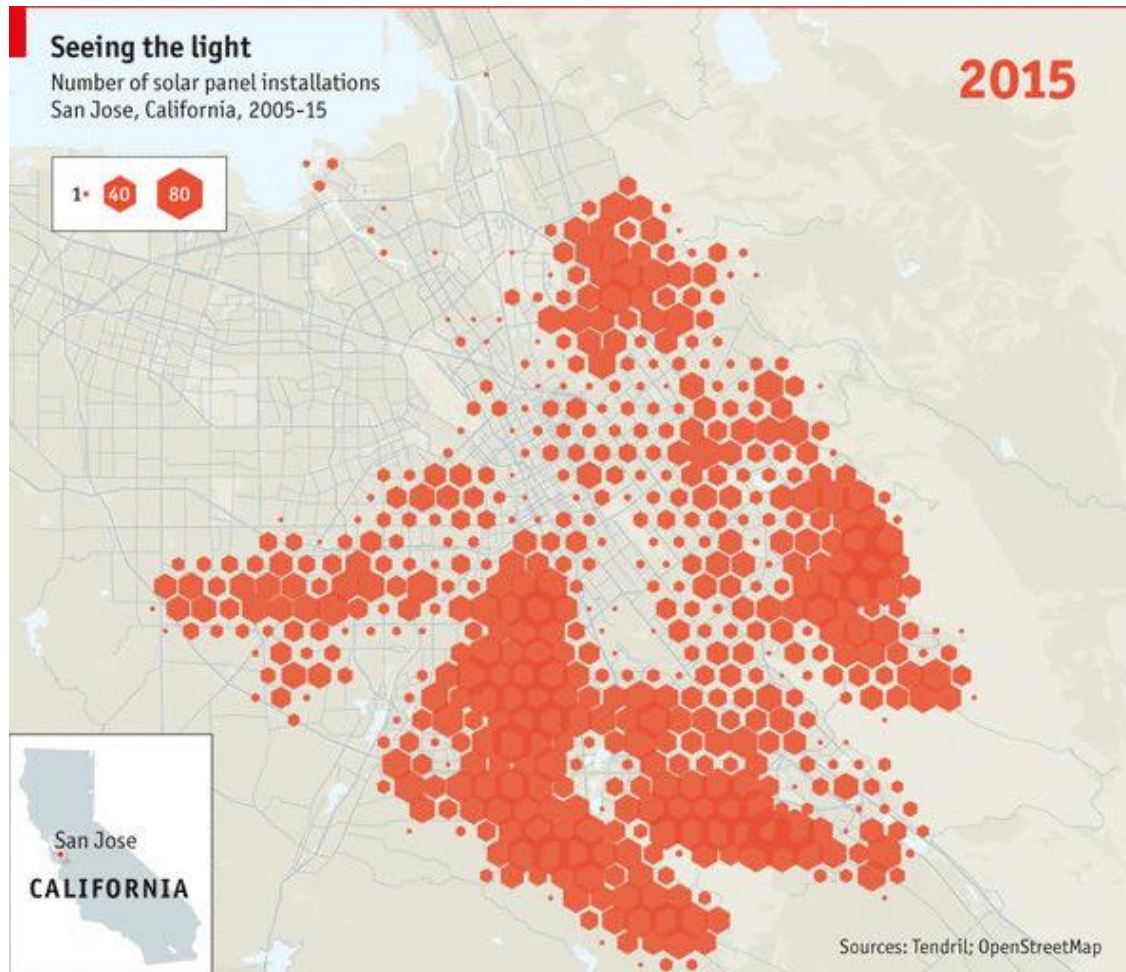
סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

התפשטות של פנלים סולריים



■ **מאגר נתונים ייחודי:** תאריכים וכתובות של כל ההתקנות



התפשטות של פנלים סולריים



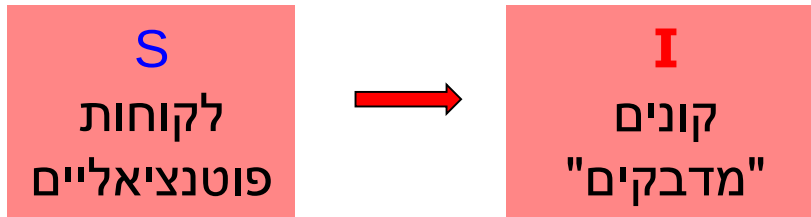
- **מאגר נתונים ייחודי:** תאריכים וכתובות של כל ההתקנות
- Bollinger and Gillingham (2012): **המנבא העיקרי להתקנה של פאנל סולרי חדש הוא קיום שכן שכבר התקין פאנל סולרי**

"החלמה" של המאמצים

- **Graziano and Gillingham (2014):** השפעת השכנים דועכת עם הזמן
 - הלא-מאמצים "מפסיקים לראות" את הפאנלים
 - המאמצים מפסיקים לדבר על זה
 - במודל בס אין "מחלימים"
 - איך נשלב את הדעיכה בהשפעת השכנים במודל בס?

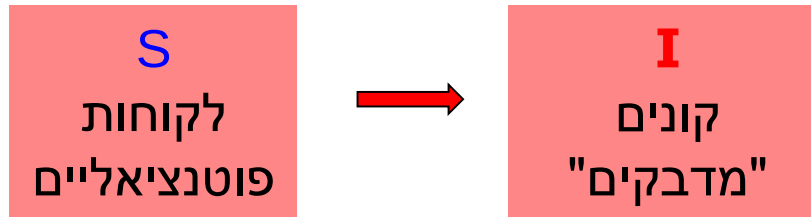
שילוב הדעיכה בהשפעת השכנים

■ מודל BS

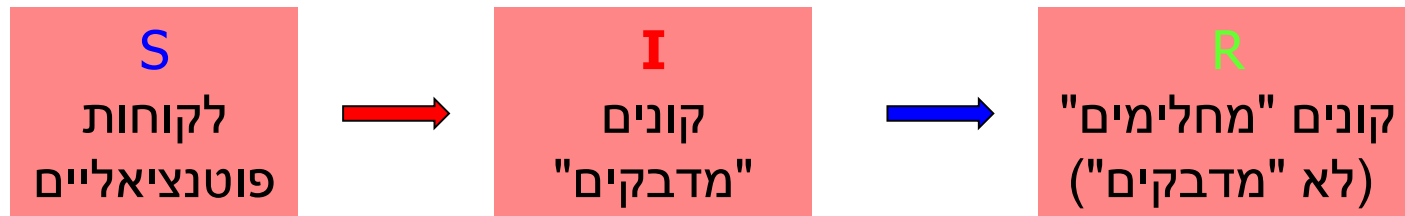


שילוב הדעיכה בהשפעת השכנים

■ מודל BS

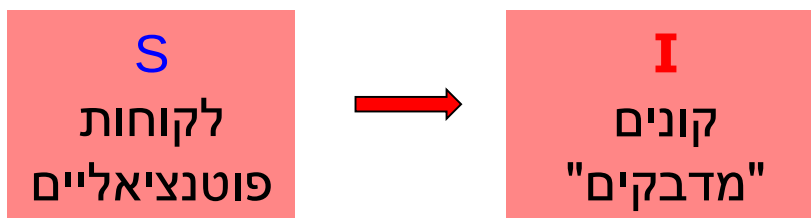


■ פיביר (2016): נרחיב באופן הבא

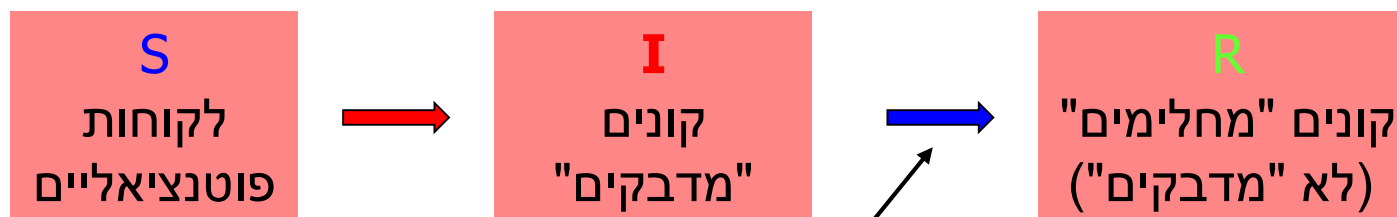


שילוב הדעיכה בהשפעת השכנים

■ מודל BS



■ פיביר (2016): נרחיב באופן הבא



מספר קונים מדבקים * קצב החלמה יומי = מספר מחלימים יומי

■ מודל Bass-SIR

השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

SIR

השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

- אין "חולה אפס"
- כל הזמן ממשיכים להיווצר מאמצים חיצוניים (פרסומות, ...)
- מוצרים חדשים

SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

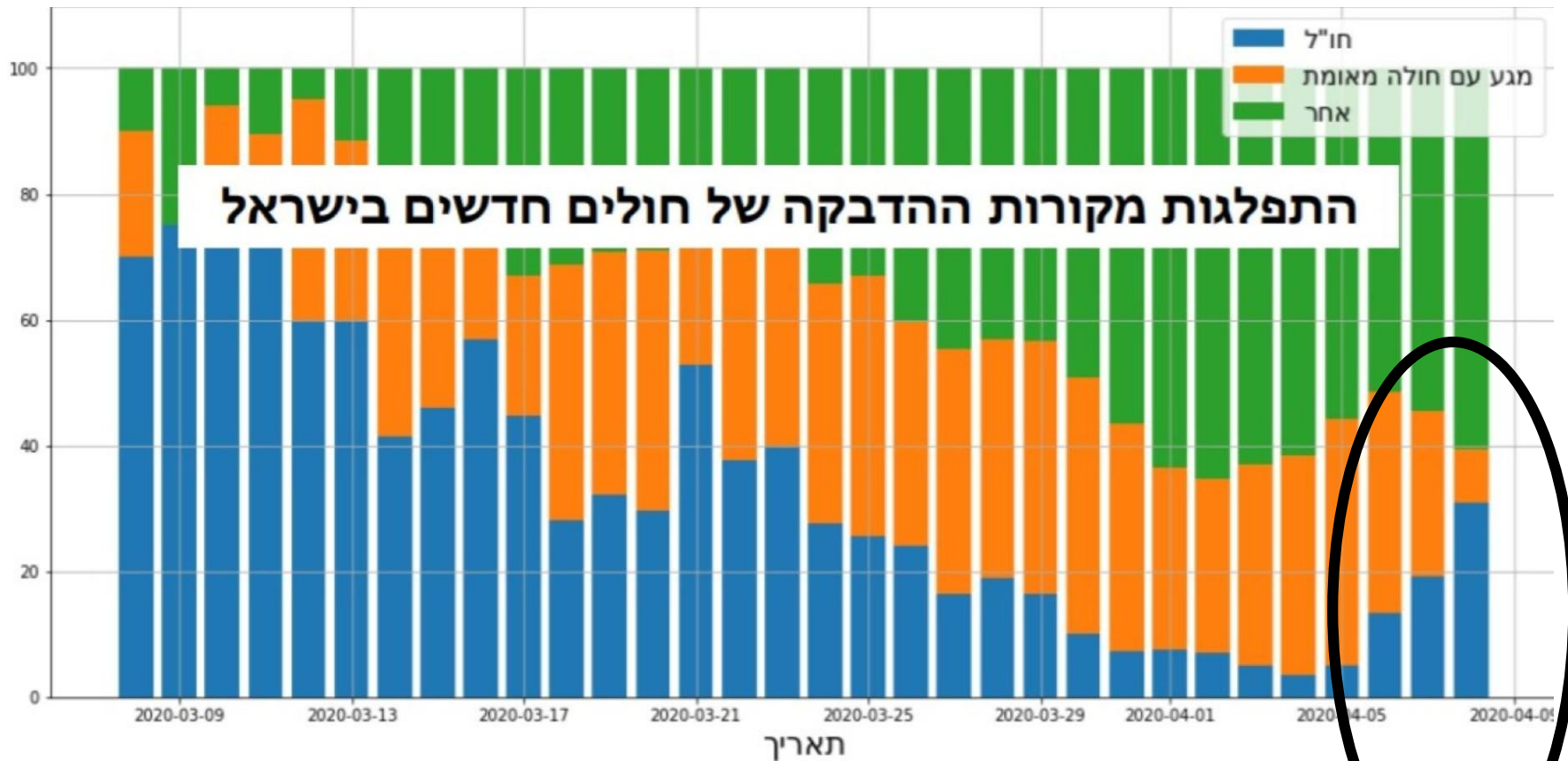
- אין "חולה אפס"
- כל הזמן ממשיכים להיווצר מאמצים חיצוניים (פרסומות, ...)
- מוצרים חדשים

SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

איזה מודל נכון לקורונה?

חולים מאומתים חדשים (באחוזים)



השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

- אין "חולה אפס"
- כל הזמן ממשיכים להיווצר מאמצים חיצוניים (פרסומות, ...)
- מוצרים חדשים

■ מתאר את הקורונה בישראל

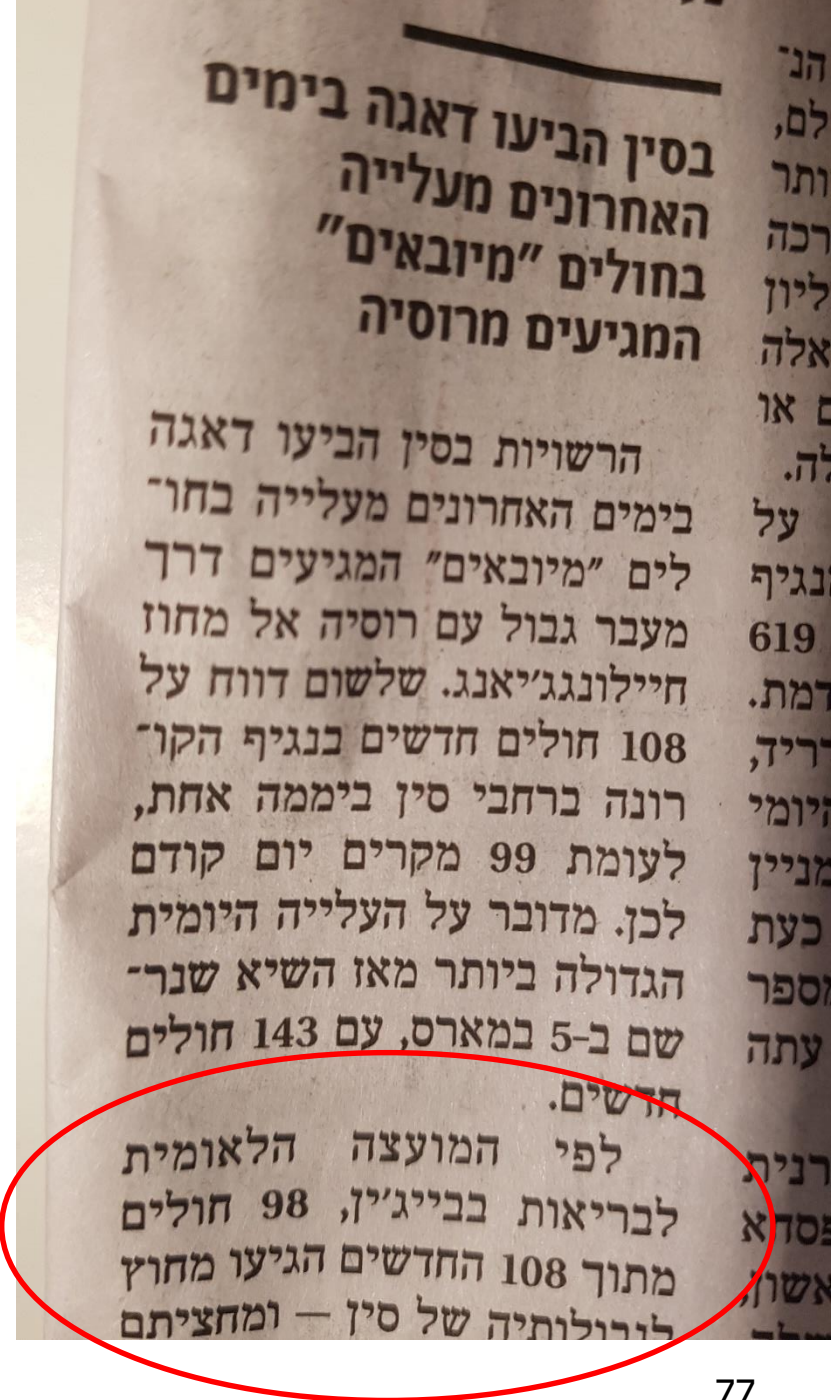
SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

■ מתאר את הקורונה בסין

"הארץ" 13.4.2020

כיום, גם בסין הקורונה הרבה
יותר מתאימה ל- Bass-SIR
מאשר ל- SIR



השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

- אין "חולה אפס"
- כל הזמן ממשיכים להיווצר מאמצים חיצוניים (פרסומות, ...)
- מוצרים חדשים

SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

האם ההבדל הזה מהותי?

השוואה: SIR מול Bass-SIR

Bass-SIR

- אין "חולה אפס"
- כל הזמן ממשיכים להיווצר מאמצים חיצוניים (פרסומות, ...)
- מוצרים חדשים

SIR

- הדבקה מתחילה מ-"חולה אפס"
- לאחר מזה, כל ההדבקות הן "פנימיות"
- מגפות

האם ההבדל הזה מהותי?

- התפשטות לא יכולה להיעצר - בסוף כולם "חולים"
- פרמטרים משפיעים רק על קצב התהליך

- מגפה מתפשטת רק אם $R_0 > 1$
- בסוף, לא כולם חולים

מודל Bass-SIR יותר "שימושי" ממודל SIR עבור הקורונה בישראל, סין, ארה"ב, ...

- יותר מדויק, כי לוקח בחשבון "ייבוא" חולים מבחוץ
- מאפשר לנתח השפעה של "המדיניות" בנתב"ג על המחלה בישראל
- ...

האם מוצרים מתפשטים
כמו וירוסים?

האם מוצרים מתפשטים
כמו וירוסים?

האם וירוסים מתפשטים
כמו מוצרים?

האם מוצרים מתפשטים
כמו וירוסים?

האם וירוסים מתפשטים
כמו מוצרים?

- לא ולא
- מוצרים מתפשטים לפי מודל BS, וירוסים לפי מודל SIR

האם מוצרים מתפשטים
כמו וירוסים?

האם וירוסים מתפשטים
כמו מוצרים?

- כן וכן
- שניהם מתפשטים לפי מודל Bass-SIR

האם חוקים מתפשטים
כמו מוצרים?

The Diffusion of Legal Innovation— Insights from Mathematical Modeling

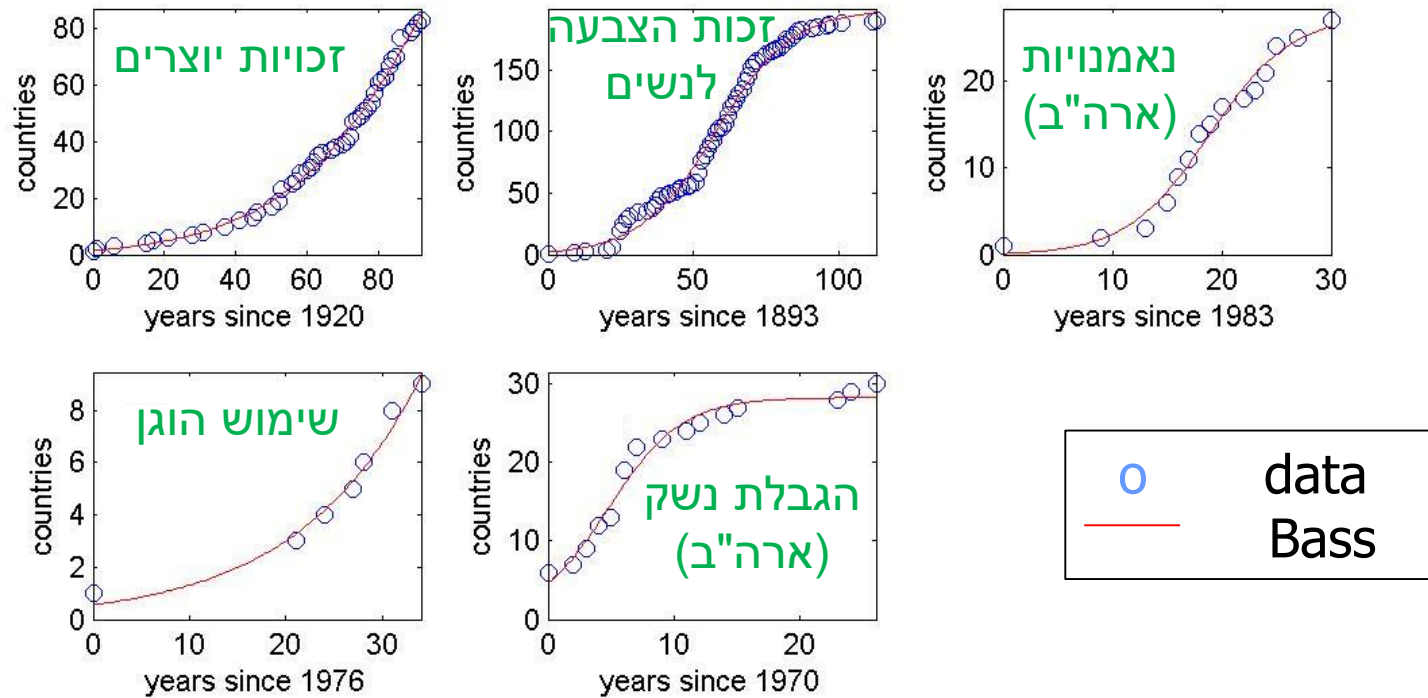
Michal Shur-Ofry,[†] Gadi Fibich^{††}
& Shira Green^{†††}

52 CORNELL INT'L L.J. 313 (2019)

התפשטות חוקים בין מדינות



התפשטות חוקים בין מדינות



■ ברוב המקרים – התאמה טובה למודל בס

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק

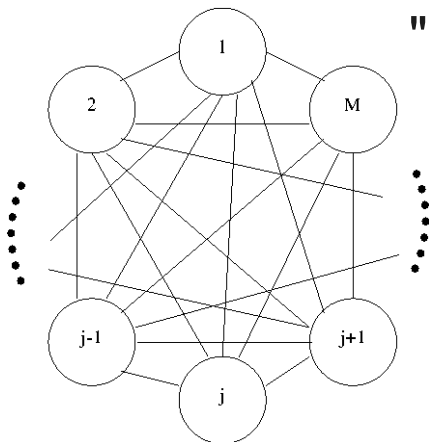
▪ הנחה סמויה: "כל החולים משפיעים על כל הבריאים"

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק



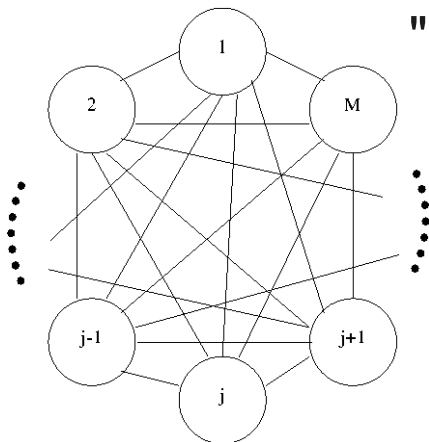
- הנחה סמויה: "כל החולים משפיעים על כל הבריאים"
- הרשת החברתית היא גרף מלא

מודל SIR - מספר נדבקים יומי



סיכוי יומי להידבק * מספר הבריאים = מספר נדבקים יומי

מספר החולים * קצב הדבקה יומי = סיכוי יומי להידבק



- הנחה סמויה: "כל החולים משפיעים על כל הבריאים"
- הרשת החברתית היא גרף מלא
- מה מבנה הרשת החברתית עבור קורונה?
ועבור פנלים סולריים?

התפשטות של קורונה

- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל החולים
- קיים, כרגע לא זמין לחוקרים
- המנבא העיקרי להדבקה הוא קיום בן משפחה/שכן חולה

התפשטות של פאנלים סולריים

- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל ההתקנות
- המנבא העיקרי להתקנה של פאנל סולרי חדש הוא קיום שכן שכבר התקין פאנל סולרי

התפשטות של פאנלים סולריים

- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל ההתקנות

התפשטות של קורונה

- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל החולים
- קיים, כרגע לא זמין לחוקרים

כמחצית מהחולים בירושלים ובבני ברק הם בני משפחות המתגוררים באותו בית

אהרן רבינוביץ

לכ- 56% מחולי הקורונה בבני ברק יש לפחות בן משפחה אחד שגר איתם בבית ונדבק בנגיף – כך מראים נתונים שה-

חולים באותו הבית.

בירושלים, ששכונותיה החרדיות נמצאות במקום השני כמספר החולים לנפש, 44% מחולי הקורונה הם בני משפחה הגרים באותו הבית: לפי נתונים המעודכנים לשלשום, מתוך 1,787 חולים בעיר, 783 שייכים ל-273 משפחות (2.9 נדבקים בכל משפחה בממוצע). 269 מהחולים (15%)

בשתי הערים כשליש מכלל החרדים

מסקנה נוספת שעולה מהנתונים בירושלים – וממחישה את האופן שבו מתפשט הנגיף בתוך קהילות – היא כי רבים ממקרי ההדבקה התרחשו בקרב שכנים. נתוני ההדבקה מראים כי דיירי רחובות שלמים בבירה נדבקו בנגיף. כמו בירושלים, גם בבני ברק

העירייה להוציא מבתיים חולים עם בני משפחתם הבריא, ועד כה העבירה העירייה כ-300 בני אדם למלונות לחולי קורונה המורחגים לציבור החרדי.

שלשום הוארך הסגר על 17 שכונות בירושלים, שבה אוכחש כ-20% מכלל החולים בישראל רוב השכונות שנכללות בסגר חרדיות, ומתגוררים בהן יותר מ-100 אלף מתושבי העיר. המהלך עורר זעם בקרב חלק מהציבור החרדי שרואה בסגר הנקודתי תיוג מגורי

"הארץ" 13.4.2020

התפשטות של פאנלים סולריים

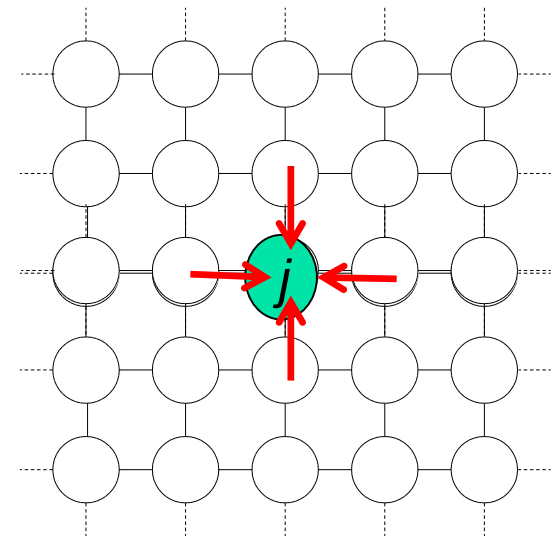
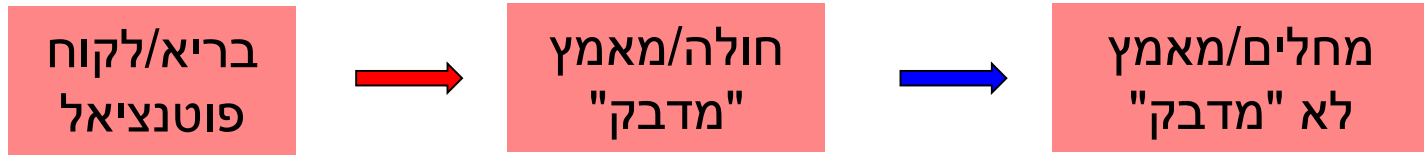
- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל ההתקנות
- המנבא העיקרי להתקנה של פאנל סולרי חדש הוא קיום שכן שכבר התקין פאנל סולרי

התפשטות של קורונה

- מאגר נתונים ייחודי: תאריכים וכתובות של כל החולים
- קיים, כרגע לא זמין לחוקרים
- המנבא העיקרי להדבקה הוא קיום בן משפחה/שכן חולה

לכן נשתמש במודל Bass-SIR על רשת דו-מימדית, שבה כל קודקוד הוא בית/אדם, וכל בית/אדם יכול להיות מושפע מהשכנים שלו (שעדיין "מדבקים")

מודל Bass-SIR דו-מימדי



מודל Bass-SIR דו-מימדי

בריא/לקוח
פוטנציאל



חולה/מאמץ
"מדבק"



מחלים/מאמץ
לא "מדבק"

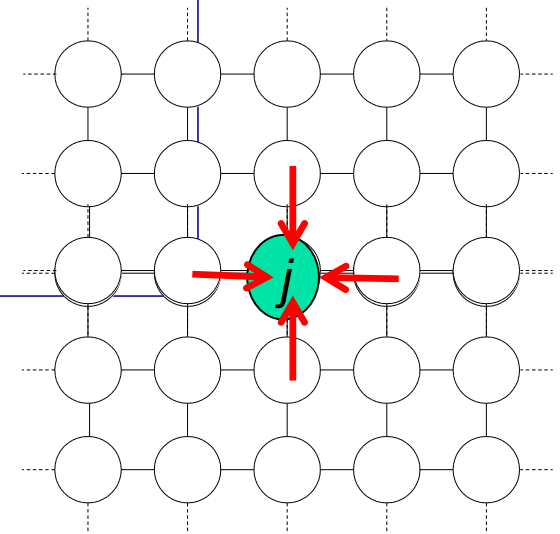
At $t_0=0$, all nodes $j=1,2,\dots, N$ are non-adopters

for $t_k=dt, 2dt, \dots$

$$\text{Prob} \left(j \text{ adopts at } (t_k, t_k + dt) \right) = p dt + \frac{q}{4} (\# \text{ of contagious neighbors of } j \text{ at time } t_k) dt$$

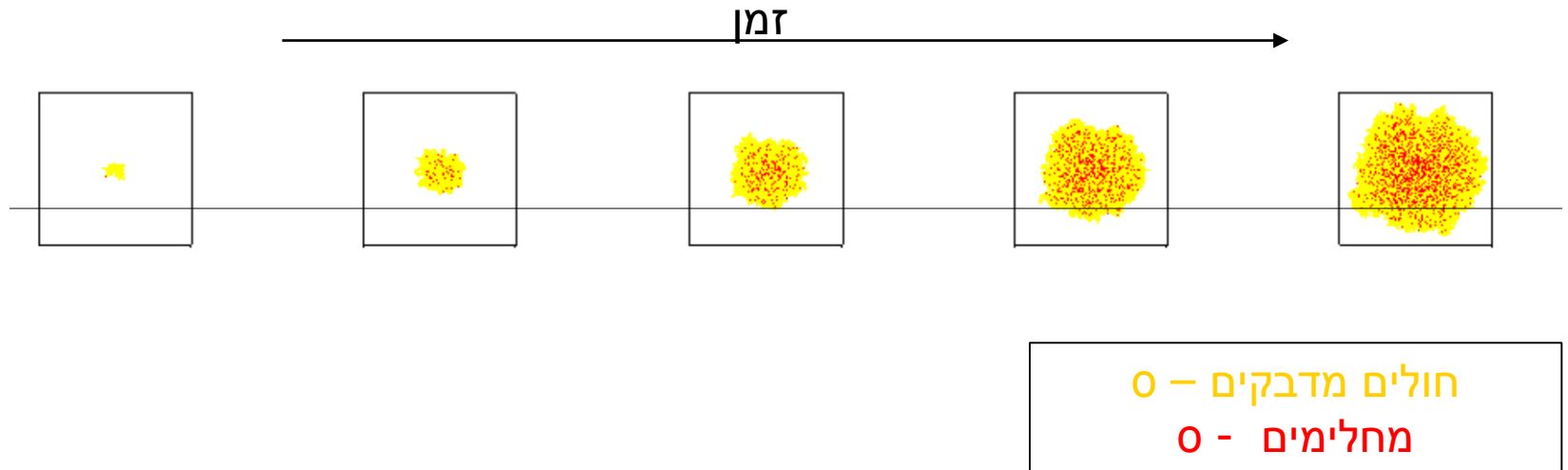
$$\text{Prob} \left(j \text{ recovers at } (t_k, t_k + dt) \right) = r dt$$

end



- כבר לא מודל דטרמיניסטי של קבוצות אוכלוסיה
- מודל דיסקרטי סטוכסטי (agent-based model)

סימולציה של התפשטות המחלה מחולה אפס אחד



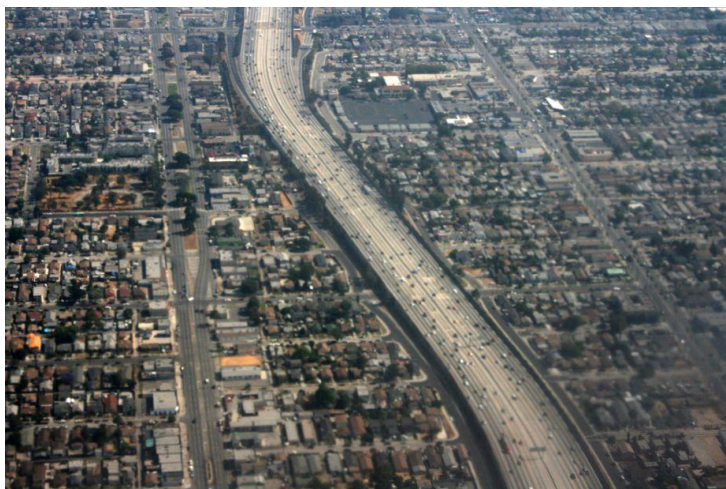
- אפקט מרחבי הוא קריטי לצורך הבנת הדינמיקה בזמן
- התפשטות הקורונה היא תופעה לוקלית
- אין היגיון להציג את נתונים של תל-אביב ובני-ברק ביחד

השפעה של שפות (boundaries) על ההתפשטות

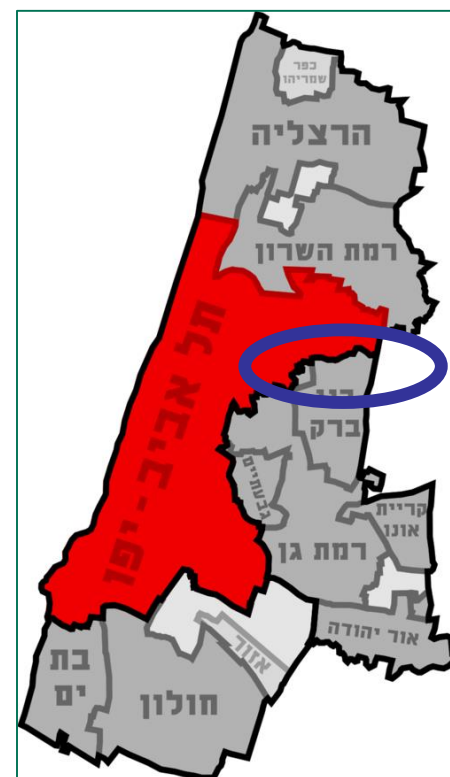
גבול חיצוני



מכשול פנימי



גבול מוניציפלי



השפעה של שפות (boundaries) על ההתפשטות

National

As Illinois stays mostly closed, its neighbors have abolished coronavirus restrictions

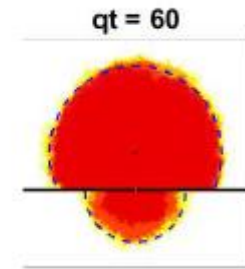
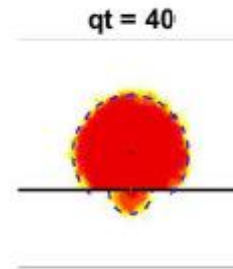
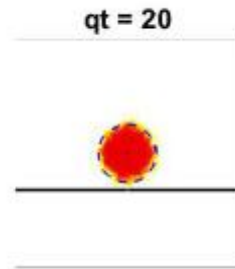
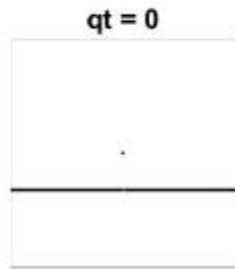


Streets around the Illinois State Capitol were empty on April 9. Gov. J.B. Pritzker (D) has twice extended the state's stay-at-home order. (Daniel Acker/For The Washington Post)

By Mark Guarino

Washington Post
23.5.2020

מודל Bass-SIR דו-מימדי: השפעת שפה עם חור



• למשל, נהר עם גשר, מעבר הולכי רגל מעל נתיבי איילון, ...

תחזית "מזג אויר" עבור קורונה

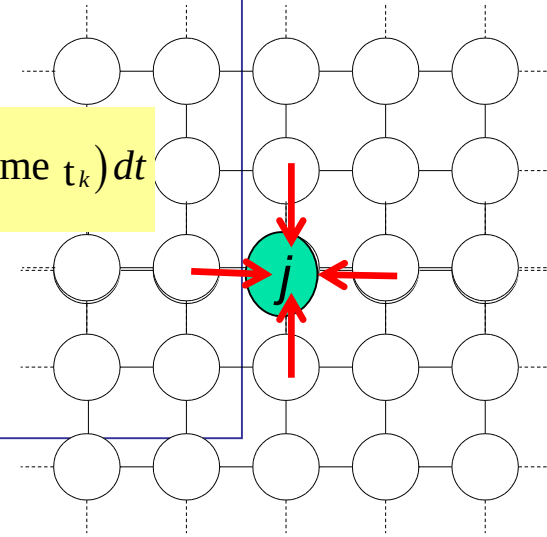
At $t_0=0$, all nodes $j=1,2,\dots, N$ are non-adopters

for $t_k=dt, 2dt, \dots$

$$\text{Prob}\left(\begin{array}{c} j \text{ adopts at} \\ (t_k, t_k + dt) \end{array}\right) = p dt + \frac{q}{4} (\# \text{ of contagious neighbors of } j \text{ at time } t_k) dt$$

$$\text{Prob}\left(\begin{array}{c} j \text{ recovers at} \\ (t_k, t_k + dt) \end{array}\right) = r dt$$

end

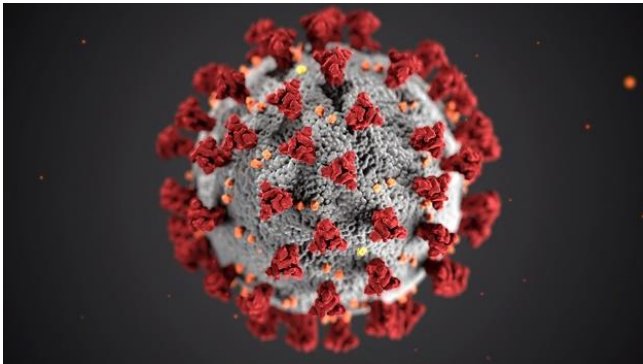


- מודל Bass-SIR על גרף הוא דיסקרטי וסטוכסטי
- האם ניתן לקרב על ידי משוואות דטרמיניסטיות?
- מוטיווציה: תנועה אקראית של מולקולות -> משוואת זרימה עבור תחזית מזג אויר

- כן עבור מקרה חד-מימדי – עם Samuel Nordmann
- אתגר – מקרה דו-מימדי

סיכום – מידול הקורונה

- מודל Bass-SIR "עדיף" על מודל SIR
- לוקח בחשבון "הגירה"
- מודל דו-מימדי "עדיף" על מודל של תאי אוכלוסייה



=



תחזית קורונה

- רוב האוכלוסיה בישראל טרם נחשף לקורונה
- מאד רחוקים מחסינות עדר
- אי אפשר לחסל את הקורונה בישראל – כל הזמן יצוצו מקורות הדבקה חדשים
- חולים לא סימפטומטיים, חו"ל, ...
- קורונה תלווה אותנו עד שיהיה חיסון (לפחות עוד שנה)

מה צריך לעשות



מה צריך לעשות



- איתור **מהיר** (בדיקה, קבלת תוצאה, איתור אנשים שבאו במגע עם חולה,...)
- בידוד **מהיר** של חולים
- סגרים **לוקליים** ולא גלובליים
- "**אטימה**" של **נתב"ג** (בדיקת כל הנכנסים, בדיקה חוזרת אחרי שבוע, ...)
- ...

האם ניתן "להכיל" את הקורונה?

- בעזרת צעדים אלו ואחרים, ניתן "להחזיק מעמד" עד שיהיה חיסון, במחיר "לא גבוה"

- האם זה מה שיקרה?

- תלוי באופן הניהול

- להערכתי, לא



הגמנסיה העברית בירושלים, היום צילום: אוהד צויגנברג

מניין הנדבקים בקורונה בתיכון הגמנסיה העברית בירושלים עלה ל-78

63 מהנדבקים הם תלמידים והיתר אנשי צוות
במוסד החינוכי. עד כה נבדקו 678 מתוך 1,400
תלמידים ואנשי צוות בבית הספר

מנכ"ל משרד הבריאות היוצא, משה בר סימן
טוב, אמר אחר הצהריים (שישי) כי במשרד
שוקלים לשוב ללמידה מקוונת בחטיבות הביניים
והתיכונים. לדברי בר סימן טוב, ההחלטה אם
לעשות זאת תתקבל מחר. הוא המליץ להימנע
מפגישות עם קשישים ולחזור לתקשר עם סבים
וסבתות באמצעות תוכנת זום.

- איתור **איטי** (בדיקה, קבלת
תוצאה, איתור אנשים שבאו
במגע עם חולה,...)
- בידוד **איטי** של חולים
- ביטול לימודים **גלובלי**

תודה על ההקשבה

- Fibich and Gibori, **Operations research** (2010)
Aggregate diffusion dynamics in agent-based models with a spatial structure
- Fibich, **Phys. Rev. E** (2016)
Bass-SIR model for diffusion of new products in social networks
- Fibich, **SIAM J. Applied Math** (2017)
Diffusion of new products with recovering consumers
- Fibich, Levin and Yakir, **SIAM J. Applied Math** (2019)
Boundary effects in the discrete Bass model
- Shur-Ofry, G. Fibich, and S. Wultz-Green, **Cornell Int. Law Journal** (2019)
The diffusion of legal innovation – insights from mathematical modeling
- Fibich and Levin, **Physica A** (2020)
Percolation of new products

ניתנים להורדה כאן: <http://www.math.tau.ac.il/~fibich/Corona/corona.html>